

# 超高 $Q$ 値シリカトロイド微小光共振器を用いたモード同期マイクロコム発生とその理論検討

加藤 拓巳, 陣内 哲倫, 小島 知也, 田邊 孝純

慶應義塾大学 理工学部(〒223-8522 神奈川県横浜市港北区日吉3-14-1)

## Generation of Mode-Locked Microcomb with an Ultrahigh- $Q$ Silica Toroidal Microcavity

Takumi KATO, Akitoshi CHEN-JINNAI, Tomoya KOBATAKE, and Takasumi TANABE

Faculty of Science and Technology, Keio University, 3-14-1, Hiyoshi, Kohoku-ku, Yokohama-city, Kanagawa, 223-8522

(Received April 25, 2016)

We studied on a method needed to generate mode-locked microcomb in a silica toroidal microcavity. By controlling the input power and wavelength, we obtained microcombs with arbitrary free-spectral range. We also developed a Lugiato-Lefever equation including Raman scattering effect and investigated the influence of Raman scattering upon microcomb formation. A bandwidth ranging from 1550 to 2200 nm was obtained experimentally from a continuous-wave pump due to broadband Raman gain of silica.

**Key Words:** Frequency comb, Four-wave-mixing, Microcavity, Raman scattering

### 1. はじめに

高 $Q$ 値と低モード体積を両立する微小光共振器は共振器内部の光密度を極限的に高めることができる<sup>1-4)</sup>。そのため、低パワーの入力光で非線形光学現象を生じさせることが可能であり、盛んに研究がおこなわれている。その中でも、 $\sim 1$  mWの連続(Continues wave: CW)光で微小光共振器を励起し、カスケード的に四光波混合(Four-wave mixing: FWM)を発生させて得られるマイクロコムは、光周波数コム光源の集積化につながる技術として注目を集めている<sup>5,6)</sup>。マイクロコムの特徴は、微小光共振器の自由スペクトル領域(Free spectral range: FSR)が広いこと、得られる縦モード間隔が $f_{\text{FSR}} > 200$  GHzを超える値を容易に得られる点にある。FWMを介して生成された縦モード光の位相を同期させれば、出力光はパルス化する。時間領域で理解すれば、これは微小光共振器内部でソリトンパルスが周回する条件を得ていることに等しい<sup>7,9)</sup>。このモード同期したマイクロコムを用いて、光通信用途や分光用途に応用することが提案されており<sup>10,11)</sup>、近年では2f-3f自己参照法による周波数の絶対値計測が報告されているが<sup>12)</sup>、微小光共振器においてソリトン条件を得ることは容易ではない。実験的には、CW入力光の波長を掃引することでソリトン条件を達成することが多いが、波長掃引の速度の調節が必要であり、精密な波長可変光源が必須となっている。

マイクロコムを実現するプラットフォームとしては、フッ化マグネシウム(MgF<sub>2</sub>)と、シリコンナイトライド(Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub>)が高 $Q$ 値、集積性、分散設計の容易さから有力視されている<sup>8,9)</sup>。その一方で、シリカ(SiO<sub>2</sub>)、フッ化カル

シウム(CaF<sub>2</sub>)、ダイヤモンド、アルミニウムナイトライド(AlN)など、材料の特性を活かした研究も多く報告されている<sup>13-16)</sup>。シリカ材料であるシリカトロイド微小光共振器は、シリコン基板上に集積可能であり、超高 $Q$ 値( $> 10^8$ )を示す。共振器と入力光の結合にテーパファイバを用いるため、光の入力効率もほぼ100%が得られる<sup>4)</sup>。テーパファイバを介した結合は、扱いに難しさがあるものの、その効率は他の方法と比べて非常に高い。テーパファイバの代わりにリッジ導波路を用いる場合、その入力損失は片側約3dBであるため、低パワーでマイクロコムを発生させることが微小光共振器に期待される点の一つにもかかわらず、必要な入力光のパワーが高くなってしまいう問題がある<sup>7,8)</sup>。

本論文では、シリカトロイド共振器を用いたモード同期マイクロコムを発生させ、繰り返し周波数890 GHzのパルス列を自己相関系で測定した結果を示す。また、マイクロコム発生メカニズムを理論的に解析し、ソリトン条件を得るために必要な手法について明らかにする。従来報告されていた波長掃引による手法を確認すると共に、入力パワー掃引による手法を新たに示す。さらに、シリカ材料特有の広いラマン利得に起因した、広帯域マイクロコム発生の実験を示す。

本論文は以下のように構成されている。2章にてシリカトロイド共振器の作製および性能評価、マイクロコム発生の実験を示す。3章にて、Lugiato-Lefever equation (LLE)を用いたシミュレーションによる、共振器ソリトン発生に関する解析を示す。4章では、ラマン散乱の影響を受けたマイクロコムの実験を示す。最後に5章でまとめ。

## 2. マイクロコム発生実験

### 2.1 シリカトロイド微小光共振器

本研究で用いたシリカトロイド微小光共振器の作製方法は、D. Armaniらの研究に基づいている<sup>4)</sup>。まず、シリコン基板上に1~2  $\mu\text{m}$ のシリコン熱酸化膜を成長させる。シリカの純度を考え、Non-dopedの高抵抗シリコン基板を用いた(Fig. 1(a)I)。次に、シリカ部をフォトリソグラフィとフッ酸ウェットエッチングを用いて円形にパターンニングをする(Fig. 1(a)II)。本研究では円形パターン径は100  $\mu\text{m}$ である。その後、XeF<sub>2</sub>ガスを用いたシリコン層の犠牲層エッチングを行なう(Fig. 1(a)III)。これによってシリコンの柱の上にディスク状のシリカが乗っかっている構造が作られる。この構造はシリカディスク共振器と呼ばれ、ウィスパーリングギャラリモード(Whispering gallery mode: WGM)共振を示す。WGMは全反射のみで円形構造の内部を進む共振モードであり、表面の粗さの影響を受けやすい。そこで、シリカディスク構造に対して、上部からCO<sub>2</sub>レーザを照射することで、円の縁部分を溶融させ、円環構造を作製する(Fig. 1(a)IV)。溶融時に表面張力によって形成された円環の表面は、究極的に滑らかである。これがシリカトロイド共振器であり、そのWGMの $Q$ 値は $Q > 10^8$ を示すことが報告されている。Fig. 1(a)に作製手順のイメージ図、(b)、(c)に本研究室で作製したシリカトロイド共振器を示す。共振器の直径は約70  $\mu\text{m}$ であり、 $Q$ 値は共振スペクトルの線幅から測定され、形状にわずかな歪みが生じることや、シリカの表面にOH基が生じることから、理論値よりも低く、実験では $Q \sim 10^7$ が平均的に得られている<sup>17)</sup>。

### 2.2 実験結果

作製したシリカトロイド共振器を、テーパファイバを用いて測定した。テーパファイバは、シングルモードシリカファイバを熱しながら延引することで作製した。WGMとテーパファイバを伝搬する光との群速度の整合を実現するため、テーパファイバ直径は~1  $\mu\text{m}$ となるようにした。Fig. 2(a)にマイクロコム発生の実験系を示す。波長可変レーザー(Santec TSL-710)の線幅は100 kHz、エルビウム添加光ファイバ増幅器の最大出力は1 Wのものを使用した。結合はサイドカップリング系

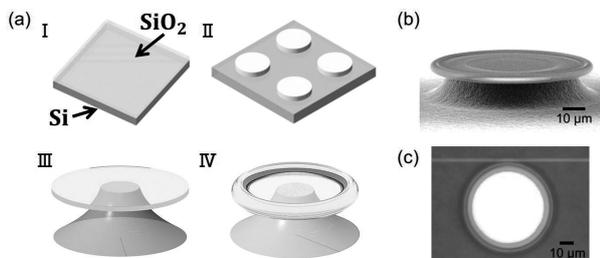


Fig. 1 Silica toroidal microcavity. (a) Fabrication processes. I. Oxidation II. Patterning III. Sacrificial layer dry etching IV. CO<sub>2</sub> laser reflow (b) Scanning electron microscope image. (c) Optical image from top of the wafer.

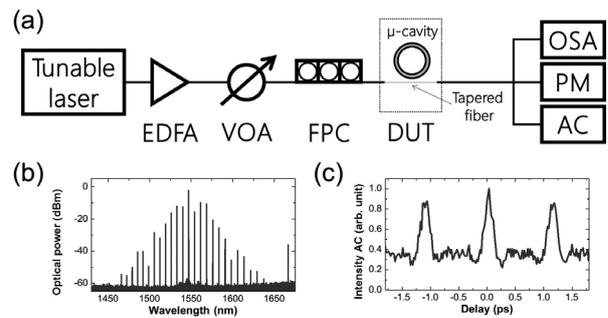


Fig. 2 (a) Experimental setup. EDFA: erbium-doped fiber amplifier, VOA: valuable optical attenuator, FPC: fiber polarization controller, OSA: optical spectrum analyzer, PM: power meter, AC: autocorrelator. (b) Output optical spectrum at high input power. (c) Autocorrelation trace of the output.

であり、波長を短波長側から長波長側に掃引させることでマイクロコムを発生させた。Fig. 2(b)は発生したマイクロコムのスペクトルである。 $f_{\text{FSR}}$ は約890 GHzであり、FSR毎にコムの縦モードが生じている。1680 nm付近に生じている光は、ポンプ光のラマン散乱に起因するものである。Fig. 2(c)はバックグラウンドフリー-SHG(Second harmonic generation)自己相関係で測定した時間相関波形であり、その繰り返し周波数は、890 GHzであり、FSRと一致している。背景光が高くなっているのは、サイドカップリング系において、共振器と結合しなかったポンプ光が抜けてきているためと考えられ、アドドロップ系などを用いることで解決される<sup>18)</sup>。

### 3. シミュレーションによるマイクロコム発生メカニズムの解析

マイクロコムの発生を解析するために、LLEを用いた。これは摂動を含んだ非線形シュレディンガー方程式であり、次のように立式される<sup>19)</sup>。

$$t_r \frac{\partial E}{\partial r} = \left( -\frac{\alpha}{2} - \frac{\kappa}{2} - i\delta + iL \sum_{k \neq 2} \frac{\beta \kappa}{\kappa!} \left( -i \frac{\partial}{\partial t} \right)^k + i\gamma L |E|^2 \right) E + \sqrt{\kappa S} \quad (1)$$

ここで、 $t_r$ は共振器を1周するのに要する時間、 $r$ は共振器を回る回数、 $\alpha$ 、 $\kappa$ はそれぞれ共振器損失、結合損失、 $\delta$ は共振周波数からの離調、 $L$ は共振器長、 $\beta$ と $\gamma$ はそれぞれ分散、非線形光学係数、 $S$ はポンプ光である。各損失と $Q$ 値の関係は以下の式で表される。

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda Q_{\text{int}}} L, \quad \kappa = \frac{2\pi}{\lambda Q_{\text{coup}}} L \quad (2)$$

非線形光学係数を含むLLEは、光ファイバの非線形シュレディンガー方程式と類似しているが、(1)式右辺に入力光の項が存在する点が異なる。その結果、簡単に解析解が得られず、またソリトン解以外の様々な解の形がとりえる。特に、本式で得られる解は入力光に対してヒステリシス性を示す点の特徴として挙げられる。つまり、共振器ソリトン条件を満たすには、共振器内部パワーを制御する必要があるため、入力光の履歴が重要と

なる。一般的な手法として、入力波長を短波長側から長波長側に掃引する方法が知られているが<sup>9)</sup>、我々は、その相互補間的な立場として、可変アッテネータを用いて入力パワーを上下することで共振器内部パワーを制御する方法を提案、証明している<sup>17)</sup>。アッテネータでの制御は、音響光学素子や電気光変調器を用いれば、サブナノ秒レベルの制御が可能であることに加えて、中赤外帯をはじめとする波長を掃引するのが困難な帯域でも適用可能な点が利点である。Fig. 3にマイクロコム発生シミュレーション結果を示す。共振器のパラメータは、 $Q_{\text{int}} = 1 \times 10^7$ ,  $Q_{\text{coup}} = 1 \times 10^7$ ,  $\beta_2 = -3 \text{ ps}^2/\text{km}$ ,  $\beta_3 = -0.01 \text{ ps}^3/\text{km}$ ,  $\gamma = 5 \times 10^{-9} \text{ W}^{-1}\mu\text{m}^{-1}$ ,  $f_{\text{FSR}} = 200 \text{ GHz}$ ,  $L = 1.041 \text{ mm}$ , モード数  $N = 128$  とした。Fig. 3(a)は入力パワー20 mWの状態、入力波長を掃引した結果である。入力波長が共振波長に徐々に近づいていくことで、共振器内部パワーが高まる。ここにはカー効果に起因する共振波長シフトも含まれるため、冷状態の共振波長よりも長波長側に引っ張ることができる。共振器内部パワーがある閾値を超えると波長変換が生じ始め、さらに高めるとカオス状態に突入する。カオス状態からさらに掃引を続けると、共振波長が入力波長に追従できなくなり、共振器内部パ

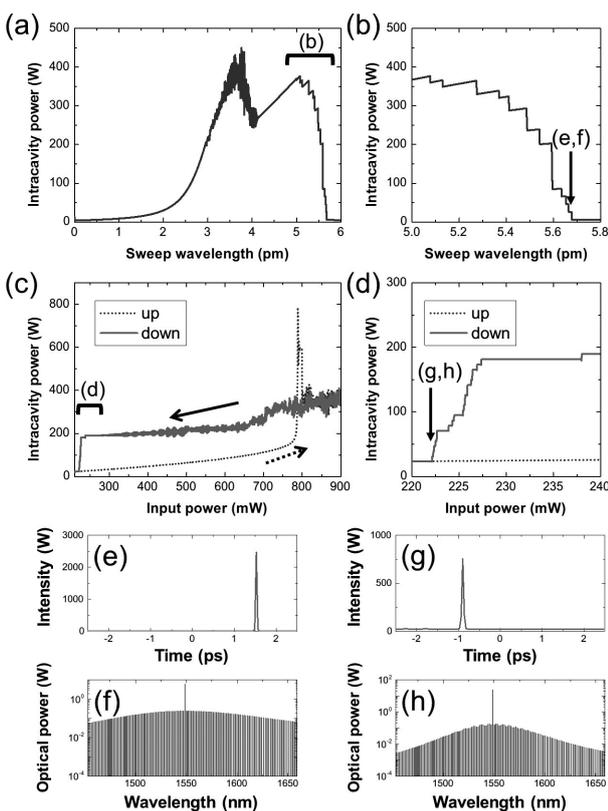


Fig. 3 Numerical calculation results. (a) Intracavity power during a wavelength scan. (b) Magnification of (a) at the soliton generation points. The step is often called a soliton step. (c) Intracavity power during an input power scan. Dotted/solid lines show the power at the area under/over the hysteresis loop. (d) Magnification of (c) at the soliton generation points. (e), (f) Temporal waveform and optical spectrum at the point in (b). (g), (h) Temporal waveform and optical spectrum at the point in (d).

ワーが減少する。この際に階段状の変化が生じる。この変化は共振器内のパルスが徐々に数を減らしていく様子を示しており、条件を満たしていれば最終的にシングルソリトンとなる (Fig. 3(b), (e), (f)). このように階段状の変化が生じるのは、各パルスがソリトン条件を満たそうとするため、共振器内部パワーの変化によりソリトン条件を満たせなくなったパルスは崩壊する。あるパルスが崩壊する時、そこに使われていたエネルギーが他のパルスに移るため、数を減らした状態で再び安定するという現象が連続的に生じている。Fig. 3(c)は離調量を固定して、入力パワーを変化させた場合の結果であり、Fig. 3(a)に対応する動きが見てとれる (Fig. 3(d), (g), (h)).

次に、シリカトroid微小光共振器をモデルとした結果を示す。有限要素法 (Comsol Multiphysics) を用いて、分散を計算した結果を Fig. 4(a) に示す。構造分散は共振器に依存しており、共振器メジャー半径やマイナー半径を変化させることで、制御可能である。ここでは、メジャー半径  $30 \mu\text{m}$ 、マイナー半径  $2 \mu\text{m}$  のモデルを使用した。実際に作製した共振器を考慮して、 $Q_{\text{int}} = 5 \times 10^6$ ,  $Q_{\text{coup}} = 5 \times 10^6$ ,  $\gamma = 3.686 \times 10^{-8} \text{ W}^{-1}\mu\text{m}^{-1}$ ,  $\text{FSR} = 1100 \text{ GHz}$  とした。Fig. 4(b)は  $\Delta = \sqrt{3}/2$ , 4(c)は  $\Delta = 1.25$  の条件の時の結果である。ここで、 $\Delta = 2\delta/(a+k)$  であり、正規化された離調量を表す。実線は定常状態を仮定した場合の理論曲線である。LLEにおいてヒステリシス性を示すのは、 $\Delta > \sqrt{3}/2$  の場合であり、これがシングルソリトンの形成に影響している。特に、パワーを一度高めてから下げていく過程でシングルソリトンが得られるため、離調量を、ヒステリシス性を示す閾値以上にする必要があることが分かる。Fig. 4(d)-(i)は Fig. 4(c)の各点での時間波形とスペクトルを表しており、パワーを下げていく過程において、シングルソリトンが得られていることが分かる。

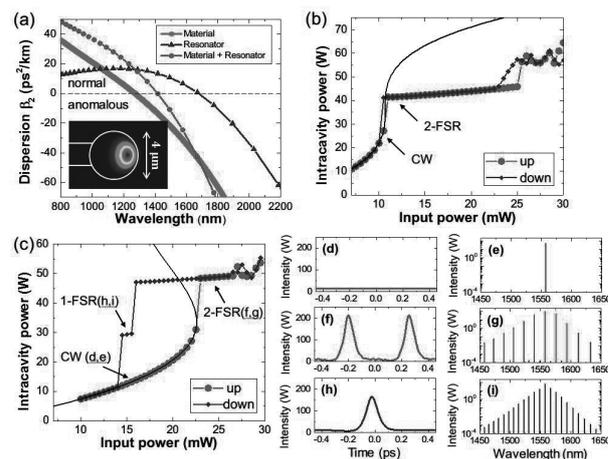


Fig. 4 Hysteresis behavior of Kerr frequency comb generation in a silica toroidal microcavity. (a) Dispersion of a silica toroidal microcavity. Major radius and minor radius are  $30 \mu\text{m}$  and  $2 \mu\text{m}$ , respectively. (b), (c) Intracavity power transition when (b)  $\Delta = \sqrt{3}/2$  and (c)  $\Delta = 1.25$ . The solid line shows theoretical curve of a nonlinear cavity system. (d)-(i) Temporal waveform and optical spectrum at each point in (c).

次にシングルソリトンの生成を実験的に示す。実験においては、熱光学効果の影響が無視できないため、一度入力パワーを高めた状態を成立させ、そこから入力パワーを下げっていく手法をとった。また、共振器内部パワーは直接測定できないため、出力パワーによって共振器内部の状態を測定した。Fig. 5(a)は、シリカトロイド共振器のパラメータでの計算結果、Fig. 5(b)は実験結果である。どちらも始めは2-FSRのカーコム(Fig. 5(c), (e))であったが、入力パワーを下げていくと、突如変化が生じ、1-FSRのカーコム、つまりシングルソリトンが得られた(Fig. 5(d), (f))。シミュレーションとよく一致しており、モデルが正しい事を証明された。

#### 4. 誘導ラマン散乱を用いたマイクロコム発生

##### 4.1 シリカにおけるラマン散乱

ファイバラマン増幅器に見られるように、シリカには、アモルファス構造に起因した広帯域のラマン利得が存在する。非線形光学効果を低閾値で利用しているシリカトロイド共振器において、ラマン散乱の影響を考慮することは重要である。先行研究として、シリカトロイド共振器のラマンレージングに関する報告があるが<sup>20)</sup>、マイクロコムとの関連を示したものは少ない<sup>21)</sup>。ここでは、LLEにラマン散乱項を加えたモデルを開発し、シミュレーション結果を示すとともに、実験で得られた結果と比較検討する。

##### 4.2 ラマン散乱項を含んだLLE

積分形のラマン散乱項を導入した式(3)を用いて、解析をおこなった。

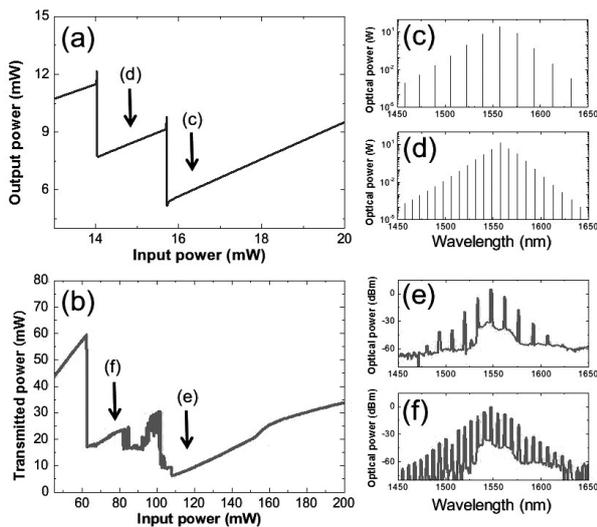


Fig. 5 Calculated and experimental results of 1-FSR Kerr comb generation (a) Calculated output power during decrease of input power from 20 mW to 12 mW. (b) Transmitted power during decrease of input power from 200 mW to 50 mW experimentally (c)-(f) Optical spectra at each point in (a), (b).

$$t_R \frac{\partial E}{\partial r} = \left( -\frac{\alpha}{2} - \frac{\kappa}{2} - i\delta + iL \sum_{\kappa \geq 2} \frac{\beta \kappa}{\kappa!} \left( -i \frac{\partial}{\partial t} \right)^\kappa + N \right) E + \sqrt{\kappa S} \quad (3)$$

$$N = i\gamma L \left( \int_0^{2\pi} R(t') |E(t-t')|^2 dt' \right) \quad (4)$$

$$R(t) = (1 - f_R) \delta(t) + f_R h_R(t) \quad (5)$$

$$h_R(t) = \frac{\tau_1^2 + \tau_2^2}{\tau_1 \tau_2^2} \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right) \sin\left(\frac{t}{\tau_1}\right) \quad (6)$$

ここで  $f_R = 0.18$ ,  $\tau_1 = 12.2$  fs,  $\tau_2 = 32$  fsを用いた<sup>22)</sup>。共振器の条件を  $Q_{\text{int}} = 1 \times 10^7$ ,  $Q_{\text{coup}} = 1 \times 10^7$ ,  $\beta_2 = -4$  ps<sup>2</sup>/km,  $\gamma = 5 \times 10^{-9}$  W<sup>-1</sup>μm<sup>-1</sup>,  $f_{\text{FSR}} = 500$  GHz,  $L = 416$  μm, モード数  $N = 256$ , 入力パワーを 20 mWとした時の結果を Fig. 6(a), (b)に示す。波長掃引することで、Fig. 2(e), (f)と同様のシングルソリトンが得られるが、その中心波長は入力波長よりも長波長側にシフトしている。これはラマン散乱に起因しており、ファイバ中を伝搬するソリトンの自己周波数シフトに類似した現象である<sup>13,23)</sup>。次に  $Q_{\text{int}} = 1 \times 10^7$ ,  $Q_{\text{coup}} = 1 \times 10^7$ ,  $\beta_2 = 5$  ps<sup>2</sup>/km,  $\gamma = 5 \times 10^{-6}$  W<sup>-1</sup>μm<sup>-1</sup>,  $f_{\text{FSR}} = 500$  GHz,  $L = 416$  μm, モード数  $N = 256$ , 入力パワーを 20 mWとした時の結果を Fig. 6(c)-(h)に示す。正常分散領域では、変調不安定性による四光波混合が生じないため、Fig. 6(c), (d)に見られるように、誘導ラマン散乱光が支配的となる。その後、スペクトル間を埋めるように波長変換されていき(Fig. 6(e), (f))、さらに波長掃引を続けていくと、一時的にプラチコンと呼ばれるダークパルス状態を経る(Fig. 6(g), (h))<sup>24,25)</sup>。

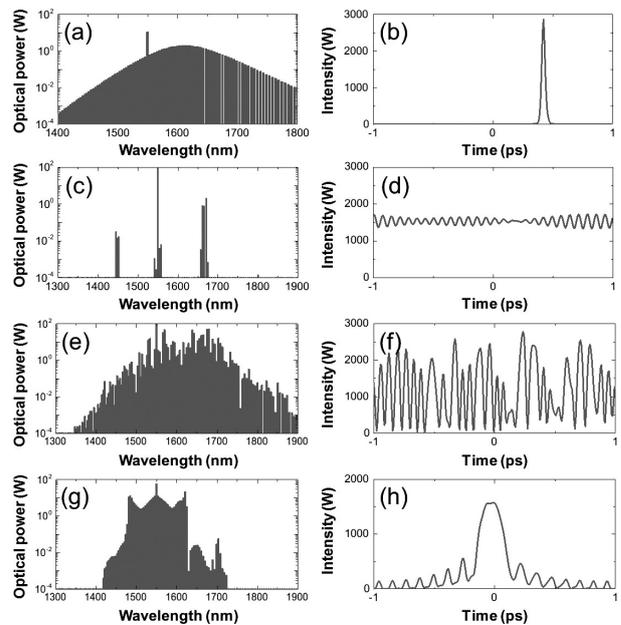


Fig. 6 Calculation of Kerr comb generation with Raman effect. (a), (b) Optical spectrum and temporal waveform under an anomalous dispersion condition. (c)-(h) Optical spectrum and temporal waveform under a normal dispersion condition.

### 4.3 実験結果

Fig. 2(a)と同様の実験系を用いて、マイクロコムとラマン散乱の影響に関する実験をおこなった。Fig. 7(a)はFSRが1100 GHzの共振器に対して、入力パワーが250 mWの時の結果であり、1650 nm付近に波長変換が生じている。これはシリカのラマン利得が最大になる13 THzにあたるため、誘導ラマン散乱光である。同時に1800 nm付近に観測されているのは、2次のラマン散乱光である。ラマン利得が広い帯域を持っているため、それぞれ数本のコムが発生している。次に、入力パワー580 mWで発生させた時の結果を、Fig. 7(b)に示す。1500 nmから2300 nmまで連続したコムが得られており、4次のラマン散乱光(2133 nm)まで発生している。特筆すべきは、平坦なスペクトルが得られている点であり、シミュレーションとは一致していない。これは、共振器の分散が長波長側において異常分散、短波長側において正常分散になっているためだと考えられ、変調不安定性の利得が得やすい異常分散領域側に大きく広がっているからだと思われる。次に、FSRの小さい(FSR~700 GHz)シリカトロイド共振器を用いた結果をFig. 7(c), (d)に示す。こちらにもラマン散乱光が連続的に生じているが、1次のラマン散乱光と2次のラマン散乱光が重なっている部分を拡大してみると、それぞれが別のモードに生じていることが分かる。これはラマン散乱の過程で、別のモードに移った結果であり、そのビートが約180 GHzで一定であることから、1次のTEモードと1次のTMモードだと考えられる。

## 5. 結論

我々は高Q値のシリカトロイド微小光共振器を作製し、マイクロコム発生の実験をおこなった。高Q値、低モード体積を両立するシリカトロイド共振器を用いて、1-FSR間隔で広がるマイクロコムを観測した。また、LLEをスプリットステップフーリエ法で解き、マイクロコム発生を理論的に明らかにした。シングルソリ

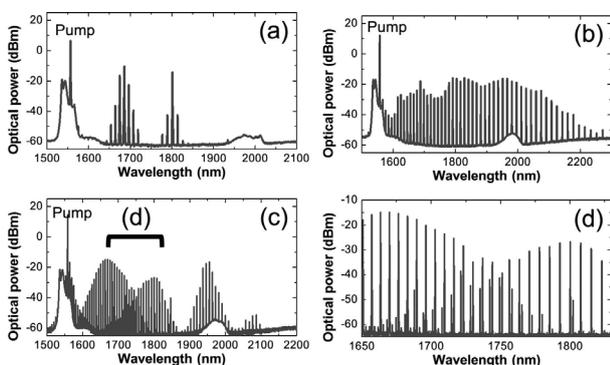


Fig. 7 Influence of Raman scattering on Kerr frequency comb generation. (a) Optical spectrum at 250 mW input power. (b) Optical spectrum at 580 mW input power. (c) Optical spectrum when Raman scattering lights occurred at another mode family. (d) Magnification of the area in (c).

トンが発生させるための従来の波長掃引の方法の他に、入力パワーの上下動による方法を提案し、実験によって証明した。また、シリカのアモルファス構造由来の広帯域なラマン利得を利用して、1500 nmから2300 nmに広がったマイクロコムを観測した。さらに、ラマン散乱の過程で、別のモードにマイクロコムが発生することが実験より分かった。これらの結果はシリカトロイド微小光共振器の光通信や分光用途への応用に向けた重要な知見である。

## 謝辞

本研究の一部はJSPS科研費K15H05429及びリーディング大学院プログラム「超成熟社会発展のサイエンス」の助成を受けました。

## 参考文献

- 1) K. Vahala: *Nature* **424** (2003) 839.
- 2) T. Tanabe, M. Notomi, E. Kuramochi, A. Shinya, and H. Taniyama: *Nat. Photonics* **1** (2007) 49.
- 3) I. Grudin, A. Matsko, A. Savchenkov, D. Strekalov, V. Ilchenko, and L. Maleki: *Opt. Comm.* **265** (2006) 33.
- 4) D. Armani, T. Kippenberg, S. Spillane, and K. Vahala: *Nature* **421** (2003) 925.
- 5) P. Del'Haye, A. Schliesser, O. Arcizet, T. Wilken, R. Holzwarth, and T. Kippenberg: *Nature* **450** (2007) 1214.
- 6) T. Kippenberg, R. Holzwarth, and S. Diddams: *Science* **332** (2012) 555.
- 7) F. Ferdous, H. Miao, D. Leaird, K. Srinivasan, J. Wang, L. Chen, L. Varghese, and A. Weiner: *Nat. Photonics* **5** (2011) 770.
- 8) K. Saha, Y. Okawachi, B. Shim, J. Levy, R. Salem, A. Johnson, M. Foster, M. Lamont, M. Lipson, and A. Gaeta: *Opt. Express* **21** (2013) 1335.
- 9) T. Herr, V. Brasch, J. Jost, C. Wang, N. Kondratiev, M. Gorodetsky, and T. Kippenberg: *Nat. Photonics* **8** (2014) 145.
- 10) P. Wang, F. Ferdous, H. Miao, J. Wang, D. Leaird, K. Srinivasan, L. Chen, V. Aksyuk, and A. Weiner: *Opt. Express* **20** (2012) 29284.
- 11) C. Wang, T. Herr, P. Del'Haye, A. Schliesser, J. Hofer, R. Holzwarth, T. Hänsch, N. Picque, and T. Kippenberg: *Nat. Commun.* **4** (2013) 1345.
- 12) J. Jost, T. Herr, C. Lecaplain, V. Brasch, M. Pfeiffer, and T. Kippenberg: *Optica* **2** (2015) 706.
- 13) X. Yi, Q. Yang, K. Yang, M. Suh, and K. Vahala: *Optica* **2** (2015) 1078.
- 14) A. Savchenkov, V. Ilchenko, F. Teodoro, P. Belden, W. Lotshaw, A. Matsko, and L. Maleki: *Opt. Lett.* **40** (2015) 3468.
- 15) B. Hausmann, I. Bulu, V. Venkataraman, P. Deotare, and M. Loncar: *Nat. Photonics* **8** (2014) 369.
- 16) H. Jung, C. Xiong, K. Fong, X. Zhang, and H. Tang: *Opt. Lett.* **38** (2013) 2810.
- 17) T. Kato, A. Jinnai, T. Nagano, T. Kobatake, R. Suzuki, W. Yoshiki, and T. Tanabe: *Jpn. J. Appl. Phys.* **55** (2016) 072201.
- 18) P. Wang, Y. Xuan, L. Fan, L. Varghese, J. Wang, Y. Liu, X. Xue, D. Leaird, M. Qi, and A. Weiner: *Opt. Express* **21** (2013) 22441.
- 19) S. Coen, H. Randle, T. Sylvestre, and M. Erkintalo: *Opt. Lett.* **38** (2013) 37.
- 20) S. Spillane, T. Kippenberg, and K. Vahala: *Nature* **415** (2002) 621.
- 21) C. Bao, L. Zhang, L. Kimerling, J. Michel, and C. Yang: *Opt. Express* **23** (2015) 18665.
- 22) G. Agrawal: *Nonlinear fiber optics* (Academic Press 1997).
- 23) M. Karpov, H. Guo, A. Kordts, V. Brasch, M. Pfeiffer, M. Zervas, M. Geiselmann, and T. Kippenberg: *Phys. Rev. Lett.* **116** (2016) 103902.
- 24) X. Xue, Y. Xuan, Y. Liu, P. Wang, S. Chen, J. Wang, D. Leaird, M. Qi, and A. Weiner: *Nature Photonics* **9** (2015) 594.
- 25) V. Lobanov, G. Lihachev, T. Kippenberg, and M. Gorodetsky: *Opt. Express* **23** (2015) 7713.