目 次

1 序論 2

1.1 はじめに . . . 2
1.2 微小光共振器 . . . 3
1.2.1 微小光共振器の種類 . . . 3
1.2.2 微小光共振器を用いた応用 . . . 4
1.2.3 微小光共振器を用いた光信号処理 . . . 6
1.3 Q 値と帯域幅 . . . 8
1.3.1 動的 Q 値制御 . . . 8
1.3.2 チャープパルス . . . 10
1.3.3 チャープパルスの共振器格納 . . . 11
1.4 任意の光パルス生成方法 . . . 11
1.4.1 LN 変調器 . . . 11
1.4.2 EA 変調器 . . . 13
1.4.3 チャープミラー . . . 13
1.4.4 プリズムペア . . . 14
1.5 本研究の位置づけ . . . 16

2 理論 17

2.1 結合モード理論 . . . 17
2.1.1 基本方程式 . . . 17
2.1.2 Add-drop 系における結合モード理論 . . . 19
2.2 Kerr 効果を考慮した結合モード理論 . . . 20
2.2.1 Kerr 効果 . . . 20
2.2.2 Kerr 効果を考慮した結合モード理論 . . . 21
2.3 最適化アルゴリズム . . . 22
2.3.1 時間波形がガウス型の場合 . . . 23
2.3.2 スペクトルがガウス型の場合 . . . 26

3 時間領域変調による最適パルス設計 29

3.1 最適化アルゴリズムの計算結果 . . . 29

3.2 スペクトルに関する計算結果および考察 31
3.3 断熱的波長変換及び自己位相変調に関する考察 33

4 スペクトル領域変調による最適パルス設計 36
4.1 最適な2次の周波数位相及び中心周波数に関する結果 . . . 36
4.2 時間波形および瞬時波長と共振波長シフトの関係に関する考察 37
4.3 スペクトル解析 40

5 結論 44
5.1 ガウス型時間波形における最適チャープ量の導出 44
5.2 ガウス型スペクトルにおける最適チャープ量の導出 . . . 44

6 謝辞 46

1 序論

1.1 はじめに

高度に情報化された現代社会において,「いつでも，どこでも，何でも，誰でも」コンピューターネットワークにつながることにより，様々なサービスを享受することが可能になったユビキタス社会は当然のものとして日本国民の間に浸透してきた．その利便性や手軽さゆえにユビキタスサービスは様々な分野に拡大し，パーソナルコンピュータや携帯情報端末に代表される情報通信機器の更なる普及を後押しした．しかしながらこれに伴い膨大なLSIを利用した情報ネットワークシステムの消費電力は勿論のことながら増大の一途を辿り，近年になってもそのペースは衰えを見せていない [1]. このような情報処理分野においてのエネルギー需要の増加に対する対策は，2011年度に日本を襲った東北大震災以降より強く求められている．

東北大震災時に発生した福島第一原子力発電所の事故は世界に原子力発電の危険性を際立たせ，日本国内の多くの原子力発電所が稼働を停止することになった．しかし原子力発電で賄われるはずだった分の電力を補う新エネルギーの技術は確立されてはおらず，また天然ガス・石油といった天然資源は商業化可能なほど採取できていないため，日本では発電用燃料を海外からの輸入に頼っているのが現状である．予測では2020年及び2040年における日本の原子力による発電量は，震災前の2010年時点と比べ共に低いままであり [2], 現状が続けば日本の貿易においての大きな負担になり経済に打撃を与えかねないことが今後予想される．その為，日本において電力消費の増加が今後も予測される情報処理システムの消費電力低減が急務となっている．

この解決策の一つとして注目を集めるのが電気に代わって光が信号処理をする光回路である．集積回路中の導線に電気を通した際に生じるジュール熱による熱エネルギーロスは電気抵抗が存在するがゆえに避けて通れない現象であるため，従来の電子回路での省エネルギーの改良には限界があった．一方で光回路はガラス中に光を伝搬させるということであり，ジュール熱が生じないため原理的に熱エネルギーロスのない回路を実現することが可能である．また光は周りの環境から受ける影響が少なく，そのため電磁雑音の問題も解決されることも期待され，更に光ファイバーでも見られるように大容量の情報を一度に送受信することも可能になることから配線スペースの削減も実現しうる．

しかしながら光回路の実用化には様々な障害があることも確かであり，未だ研究が進められている．これは光の高速性や相互作用が弱いなどの特性から，一つの場所に閉じ込める，信号を処理する等といった電子では容易にできた操作が光では難しくなってしまったためである．この操作を可能とするデバイスが光共振器である．本論文では光共振器を用いる時の光信号の効率的な処理を述べるが，本研究がこの光共振器の実用化の際の助けとなれたら幸いである．

1.2　微小光共振器

1.2.1　微小光共振器の種類

光共振器とは光を一定時間閉じ込めることができることができる素子のことを指す．例えば，最も原理が簡単な共振器の一つとしてファブリーペロー型共振器が挙げられる [3]．ファブリーペロー型共振器は 2 枚の半透明な鏡が平行に向い合さっている構造となっており，鏡の間に透過した光が反射を繰り返すことによって光を閉じ込めている．

もう一つ共振器を代表する素子がリング型共振器である [4]．リング型共振器は名前の通り光の導波路がリング状をしており，リング状の導波路内を光が絶えず全反射を繰り返すことでその中に光を閉じ込める．

また近年ますます注目を集めているのがフォトニック結晶を用いた共振器である [5]．フォトニック結晶とは半導体基板上に周期的に空孔を開けることにより，屈折率に周期性を持たせ、ブラッグ反射によって特定の波数を持つ光を通さない領域，禁制帯を作り出す構造体のことを指す．このことから周囲をフォトニック結晶で囲むことにより，囲まれた領域内に光を閉じ込める共振器を作成することができる．その設計の自由度の高さと半導体作成プロセスを流用できる点などから，現在ではフォトニック結晶レーザの実用化もされている．

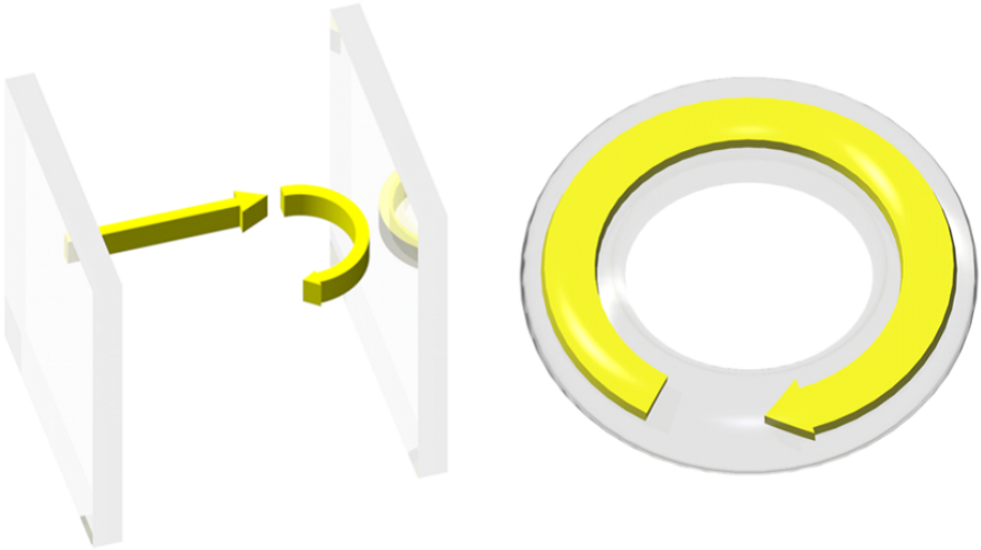

Fig. 1.1: Fabry-Perot cavity(left) and ring cavity(right)[7].

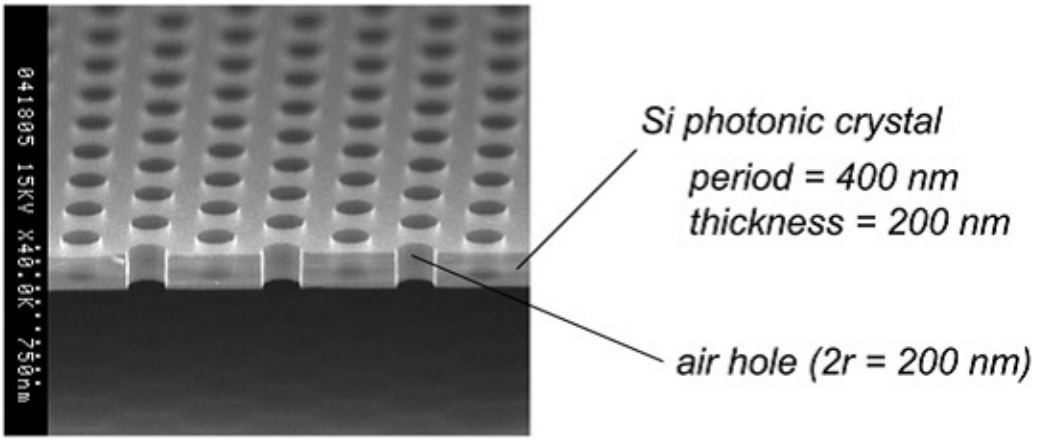

Fig. 1.2: 2D-Photonic crystal[6].

1.2.2 微小光共振器を用いた応用

微小光共振器を用いた応用例としてまずセンシング挙げられる．従来のセンシングでは発光する物質を如何に高感度で観測できるかが研究の焦点であった [8]. しかしながら近年では物質の発光の明暗ではなく，物質による屈折率変化によるセンシングが主流となってきている．屈折率変化によるセンシングでは，光が閉じ込められている共振器に物質が付着することによって共振器表面の誘電率，即ち屈折率が変化し，共振器の内部に安定して存在できる波長 (共振波長) がずれてしまうので，共振器内に光を閉じ込められなくなってしまう現象を利用している [9]. 屈折率変化によるセンシングの利点はわざわざ物質を蛍光塗料などで着色しなくてもラベルフリーで検出・同定を行える点である．

他の応用例として光周波数コム (Optical Frequency Comb) の発生が挙げられる．光周波数コムとは周波数領域において非常に高精度に等間隔で並んでいるスペクトルの事を指す [10]. 国際単位系 (SI) における長さの単位は「時間」と「光の波長」と「光の周波数」を用いて，光の速度を求めて定義している．従来では原子時計の波長と周波数を測定して基準となる長さを求めているが，光周波数コムを「光周波数のものさし」として原子時計の周波数と比較を行うことでより正確な光周波数の値を求めることができ，結果として長さ基準の大幅な制度向上が期待できる．また光周波数コムを利用して従来の原子時計に代わり，光格子時計の応用にも期待がもたれている [11].

この光周波数コムを発生させる方法として，シリカトロイド共振器 [12] を使って発生させる方法がある [13, 14]. この方法では非線形光学効果である四光波混合が用いられており，通常非常に強い電界強度を持つレーザを使用した時のみに生じる現象であったが，光共振器を用いることにより微小領域に光を閉じ込めることができたため，低パワーで発生させることが可能になった．

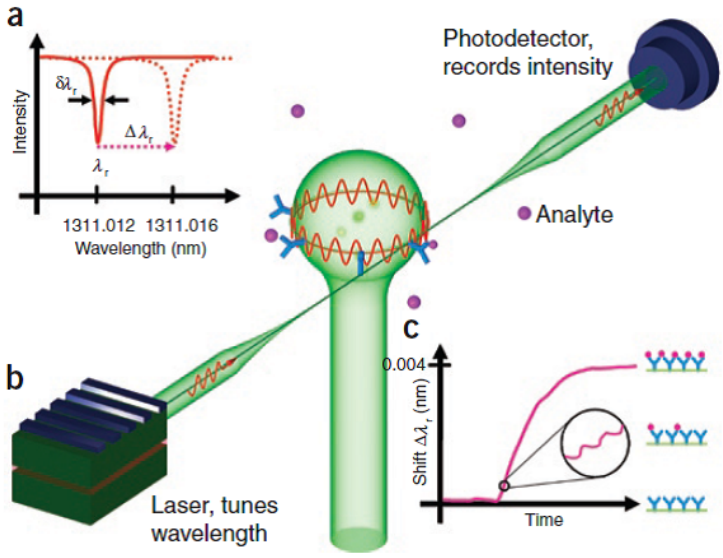

Fig. 1.3: (a) Concept of the WGM biosenser. (b)Schematic representation of the WGM cavity biosensing. (c)The more molecules is binded on the cavity, the more the resonance wavelength shifts[9].

1.2.3 微小光共振器を用いた光信号処理

前述の応用以外に微小光共振器は光信号処理の分野で研究されている．現在の信号処理は電子回路によって構成されており，前述のとおり回路中の導線に電気を通した際に生じるジュール熱によりエネルギーロスが生じてしまうためだけでなく性能や信頼性の低下にも影響を及ぼすため，電子回路の改良には限界があると思われる．そこで現在の電子回路に代わり光による信号処理を行う光回路のアイデアが生まれた [15].

光は高速通信，並列処理，高電磁障害耐性，省エネ等，情報処理に適している様々な特性を持っている．その為光センサー，光メモリ，光論理回路，光伝送ケーブル等，多岐にわたる応用が研究されている．これら応用の実現として必要な技術の一つとして光の伝搬速度を局所的に遅くするスローライトと呼ばれる技術が研究されている．光信号の高速性は情報伝搬速度が早いというメリットであるとともに，信号処理が難しいというデメリットでもある．その為現在の光信号を用いた信号処理は，例えば光ファイバーで受信した光信号をわざわざ電気信号に直してから情報処理し，また光信号に直して伝送するというようなもので，エネルギー効率や処理速度がまだまだ低い．制御部において伝搬速度を局所的に遅くすることができれば，最初から最後まで光信号のまま情報処理を行うことが可能であり，電気信号に変換する際のエネルギーロスカットや情報処理効率向上が可能になる．

そこでフォトニック結晶共振器を用いて光を光共振器内にトラップし，伝搬速度を遅くすることが実現されている [16]．フォトニック結晶を共振器に用いる点の利

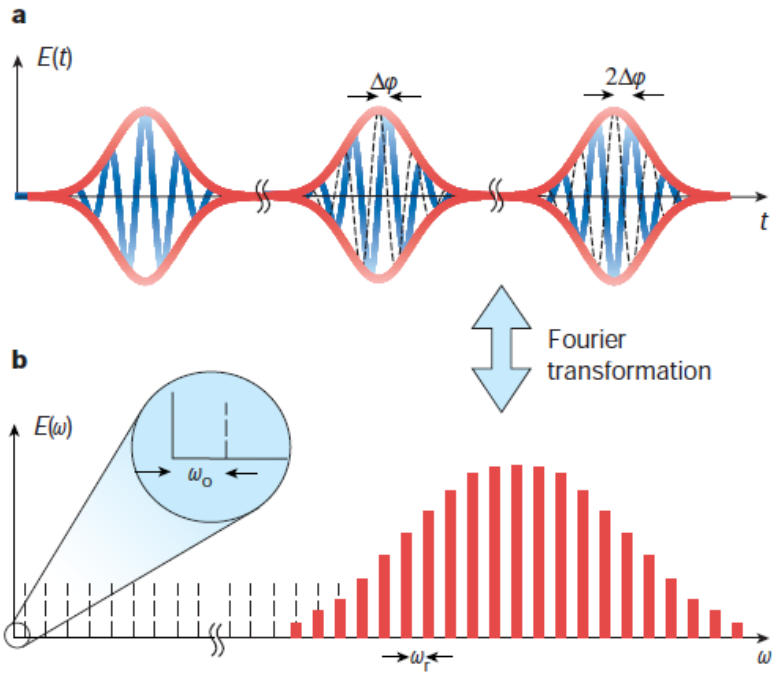

Fig. 1.4: Consecutive pulses of the pulse train emitted by a mode-locked laser and the corresponding spectrum. **a**, As the carrier wave at ω_c moves with the phase velocity while the envelope moves with a different group velocity, the carrier wave (blue) shifts by $\Delta\varphi$ after each round trip with respect to the pulse envelope (red). **b**, This continuous shift results in a frequency offset $\omega_0 = \Delta\varphi/T$, which prevents the comb from being comprised of exact harmonics of the pulse repetition frequency ω_r[10].

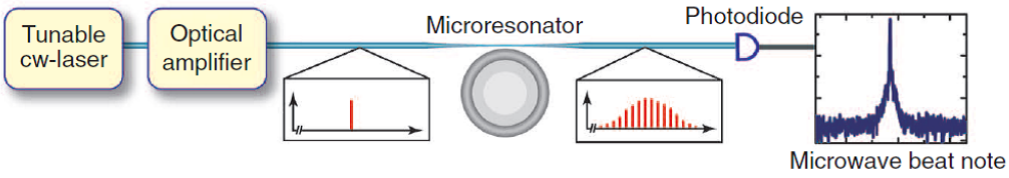

Fig. 1.5: An optical microresonator (here, a silica toroid microresonator) is pumped with a CW laser beam. The high intensity in the resonators (GW/cm^2) gives rise to a parametric frequency conversion through both degenerate and nondegenerate (i.e., cascaded) FWM. Upon generation of an optical frequency comb, the resulting beatnote (given by the inverse cavity round-trip time) can be recorded on a photodiode and used for further stabilization or directly in applications[14].

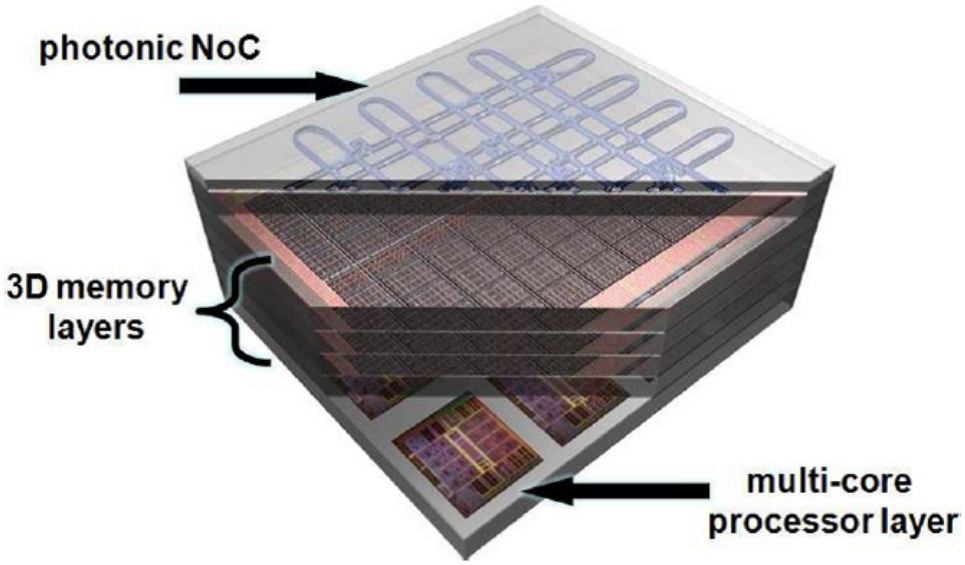

Fig. 1.6: Illustration of a 3D stack with dedicated computation, storage, and communication planes[15].

点として，電子回路と同じシリコン基板上に作成することができるため集積回路作成プロセスを流用できる点と，光回路と電子回路の融合した素子を同じチップ上に作成できることが挙げられる．

スローライト技術により光の伝搬速度を局在的に遅くすることができた．現在まだ実用化の段階まで論理回路を完全に光回路で置き換えるまでには至っていないものの，既に共振器を用いた論理回路の案は提唱されており [17, 18]，実用化への動きが加速しつつある．

1.3 Q 値と帯域幅

光共振器の性能を示すパラメータのうち，光共振器の光閉じ込め性能を示すパラメータとして Q 値が挙げられる．共振器中に安定して光が存在するためには，共振器中に閉じ込められている光の位相同士が強め合う干渉でなければならない．このような共振器内を安定して存在できる光の波長，または周波数や角周波数のことをそれぞれ共振波長，共振周波数，共振角周波数という．共振角周波数 ω_0 を用いて，Q 値の定義式は

$$Q = \lambda_0 \times \frac{\text{共振器中に蓄えられているエネルギー [J]}}{\text{単位時間当たりに散逸するエネルギー [J/s]}} \tag{1.1}$$

で表されるが [19]，実際には定義式を変形させた次の二つの式で使用されることが多い．

$$Q = 2\pi f_0 \tau \tag{1.2}$$

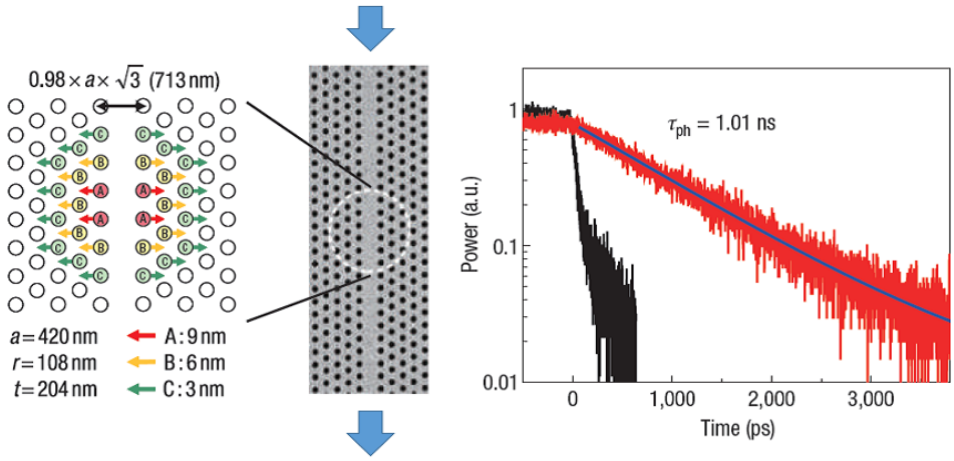

Fig. 1.7: (left)The design parameters, where a is the lattice constant, r is the hole radius and t is the slab thickness. (center)An SEM image of the device, which was fabricated in a silicon photonic-crystal slab and consists of a line-defect nanocavity with local width modulation, which is coupled to input and output waveguides. (right)The time-domain signal from the photonic-crystal nanocavity (red curve) with a rectangular pulse input that has a sharp ON to OFF transition. The fitted exponential curve (blue line) has a decay time of 1.01 ns. The black line is the waveform of the output from a straight photonic-crystal waveguide without a cavity as the reference data.The decay time was 70 ps.[16].

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f_{FWHM}} \tag{1.3}$$

ただし，f_0 は共振周波数であり，τ は光子寿命であり，共振器内部の光エネルギーが $1/e$ になるまでの時間を示す．また，Δf_{FWHM} は共振スペクトルの半値全幅 (FMHM:Full width half maximum) である．

式 (1.2) からもわかるように Q 値が高ければ高いほど光を共振器内部に閉じこめておける時間は長くなるが，その反面このような高 Q 値光共振器に光を格納するのためには長い時間がかかるようになる．論理回路に求めている共振器は，光を格納するときはすばやく尚且つ一旦光が共振器内に入れば長い間中に留まるような特性を持つものが望ましく，更に光を放出する際も選択的に素早く放出することができることがなお良い．これはすなわち時間的に短いパルス信号を用いての信号処理を行うことができる共振器のことを指す．仮にこのような共振器が実現すれば，単位時間に処理できる信号の数は増大し，情報処理速度が向上されることが可能だ．

以下にその実現を目指した研究について述べる．

1.3.1 動的 Q 値制御

前述のように共振器の光子寿命や共振器への光格納速度を自由自在に制御するアイデアとして動的 Q 値制御が挙げられる [20, 21]．動的 Q 値制御とは文字通り共振器の Q 値を任意に変化させる技術で，短パルス信号光を共振器内に格納できるよう

入力時はQ値を小さく，共振器内に光を格納した後はQ値を高くすることを目的としてる．その方法は様々なものがある．

方法の一つとしてシリコンフォトニック結晶共振器から出てくる光に操作を加えることで，共振器のQ値を変えるというものである [20]．Fig.1.8 にこの動的Q値制御の手法を示す．Fig.1.8(a) に示すシリコンフォトニック結晶共振器から出てくる光は導波路を通り二方向に導波していくが，動的Q値制御においては一方の導波路の途中にミラーを設置した構造体を用いる (Fig. 1.8(b))．これにより反射した一方の出力光がもう一方の出力光と干渉を起こす．このような構造体において，ミラー直前の導波路部にパルス光を当てることでプラズマキャリア効果 [22] と呼ばれる非線形光学効果による局地的な屈折率低下により反射光ともう一方の出力光の干渉を制御することを可能とした．反射光ともう一方の出力光の位相が互いに打ち消し合うような干渉になるような制御をすることにより共振器はミラー側の導波路にしか光を出力しないため共振器内の光の漏れは抑えられる．これよりミラー直前の導波路に当てるパルス光の制御により動的に共振器のQを変化させることを可能にしたのである．

また別の方法として，共振器にパルス光を当てることでQ値を変える方法も挙げられる [21]．この研究でもシリコンフォトニック結晶が用いられており，フォトニック結晶の空孔の間隔を場所ごとにずらすことにより屈折率の規則性を故意に崩すことで共振器を形成している．導波路途中に形成された共振器にパルス光を当てることにより前述と同じキャリアプラズマ効果が生じ，共振器内の屈折率を任意に小さくすることで共振器の屈折率を動的に制御している．

1.3.2 チャープパルス

物質中を光パルスが伝わる時，角周波数成分，または周波数成分により伝わる速度が違ってくる．これを分散と呼ぶ．分散が生じるときに発生する現象について説明する．例えば石英ガラスにパルスを入射した場合，石英ガラス内では 500 nm の波長成分は遅く進み，1500 nm の波長成分は早く進む．その為，パルスの瞬時周波数は時間ごとに変化する．これをチャープパルスという (Fig.1.10)．

本研究では後述するが 2 種類のチャープ信号について述べる．一つは時間ごとに変化する周波数を決めたチャープ信号であり，もう片方は周波数ごとにスペクトルが持つ位相を決めたチャープである．

1.3.3 チャープパルスの共振器格納

動的Q値制御は共振器のQ値を制御することで共振器の光の出入りのしやすさを制御した．その目的の一つは前述の通り時間的に短いパルス信号を共振器で処理可能にさせることであるが，これはフーリエ変換の関係から広帯域の周波数を持つ信号を共振器に格納させることと同義である．式 (1.3) からわかるように高Q値ほど

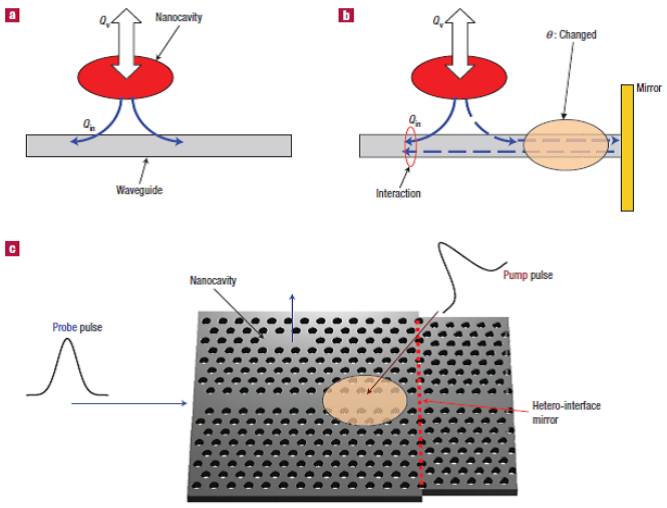

Fig. 1.8: **(a)**, Schematic diagram of the typical configuration of a photonic-crystal nanocavity, where the nanocavity is accompanied by a waveguide which introduces (or releases) photons into (or from) the nanocavity. **(b)**, Schematic diagram of a system for dynamic control of the Q factor, consisting of a cavity, a waveguide with nonlinear optical response (the phase θ is controllable) and a perfect mirror. **(c)**, Concrete example of such a system. The nanocavity consists of three missing air holes, and air holes at the cavity edges are shifted. A line-defect waveguide is formed in the vicinity of the nanocavity. A hetero-interface, which acts as a perfect mirror, is located at one end of the waveguide, formed by slightly modifying the lattice constant[20].

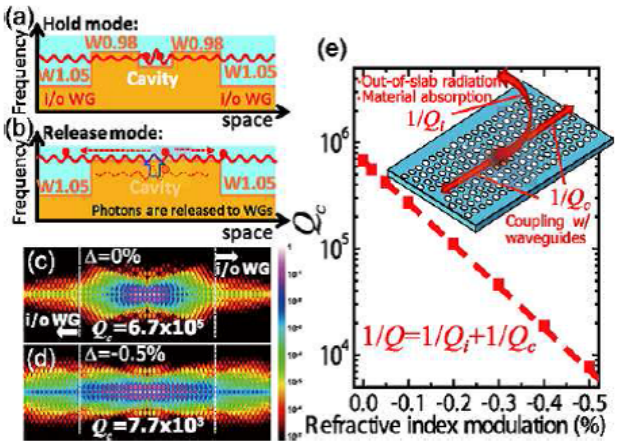

Fig. 1.9: (a) Operating principle of the dynamic tuning of Q. Schematic frequency band diagram in the spatial coordinates in the high Q mode. The light blue area is the frequency regime where propagation is allowed. The yellow area is the mode-gap region of a line defect. (b) Low-Q mode. (c) Mode profile calculated with the 3D finite difference time domain method for a PhC-NC coupled to the input and output waveguides. WG: waveguide. (d) The refractive index at the cavity is modulated with a Gaussian distribution (FWHM: 6×420 nm). (e) Refractive index modulation versus Q_c. The inset shows the definitions of Q_c and Q_i. Q_i does not change significantly within this range of modulation[21].

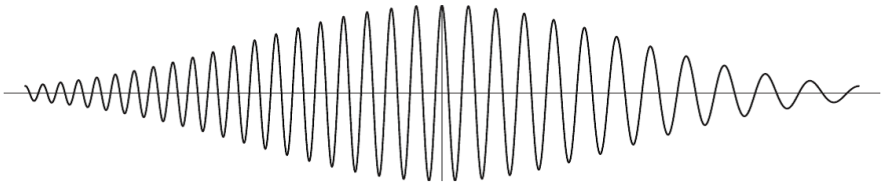

Fig. 1.10: A chirped pulse.

共振器が安定して格納できる光のスペクトル (共振スペクトル) の半値全幅は小さいので共振器に格納できる光の周波数帯は狭い．

しかしながら時間的に周波数成分が変化するチャープパルス光を共振器に入力することで広帯域の周波数信号を共振器内に格納することができる [23]．これは非線形光学効果によって共振器内の屈折率が変化し共振スペクトルがシフトするためである．これによりある時間においての共振スペクトルの幅に変化はしないものの，共振スペクトルの移動した軌跡を共振波長帯とみなすことができる．

1.4 任意の光パルス生成方法

チャープパルスを含め，任意のパルスを生成する方法はいくつかある．以下にそれを示す．

1.4.1 LN 変調器

任意のパルスを生成するデバイスとして $LiNbO_3$ 変調器 (以降 LN 変調器とする) が挙げられる．LN 変調器は電気光学効果（ポッケルス効果，Pockels effect）を利用した変調デバイスである．ポッケルス効果とは印加した電界強度に比例して屈折率が変化する現象であり，これを利用して光の導波路の屈折率を変化させてデバイスに入射した光を変調させる．

まず LN 変調器を用いた入力光強度変調の動作原理について以下に示す [24]．LN 変調器の強度変調は Fig.1.11 に示す構造によってなされる．入力光は A 地点で分岐し二等分され B 地点で合流する．この時中央の電極の電圧 V_0 と上下の電圧 V_1 の差により二等分された光が通る導波路の屈折率は変化するが，V_0 の値によって B 地点で合流する二つの光の位相差は 0 rad から π rad まで制御することができる．位相差が 0 rad の場合は出力側にそのまま入力光が伝搬されるが，位相差が π rad の場合では B 地点において光は出力側の導波路を伝搬せずに放散する光となる．この位相差を利用し出力側へ伝搬する光の強度を制御する．

LN 変調器を用いた入力光位相変調の動作原理も同様に以下に示す [24]．位相変調は Fig.1.12 に示す構造によってなされる．ここで用いられる現象は強度変調と同じポッケルス効果である．入力した光は電極間の導波路を通り出力されるが，電極間

の電位差を制御することにより電界の強さを変化させることで，導波路の屈折率は変化され出力の位相は変化される．

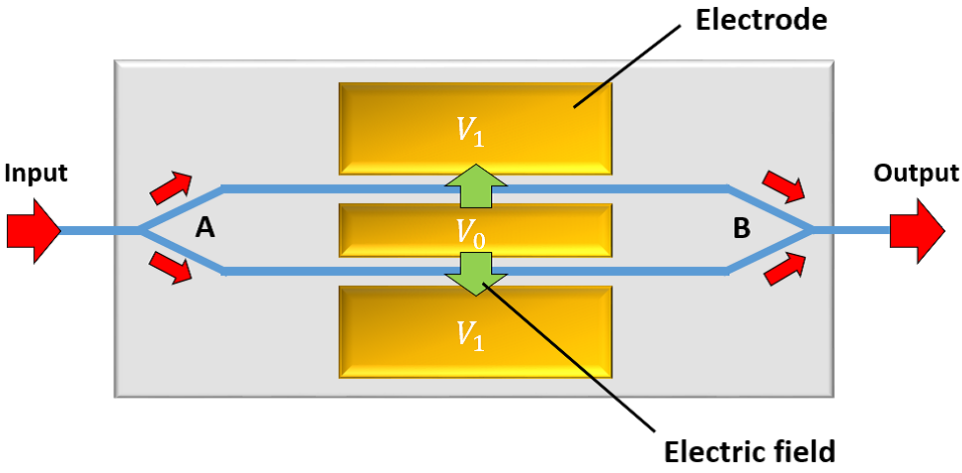

Fig. 1.11: Schematic representation of light intensity modulation.

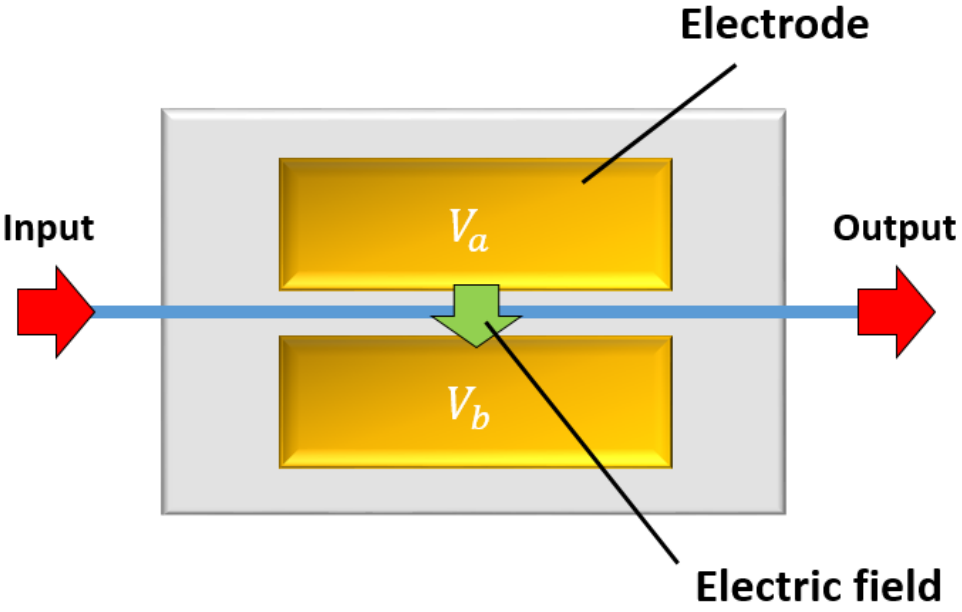

Fig. 1.12: Schematic representation of light phase modulation.

1.4.2 EA 変調器

EA 変調器 (Electroabsorptipon modulator) は量子閉じ込めシュタルク効果 (Quantum confined Stark effect)[25] と呼ばれる現象を利用した光変調器であり，LN 変調器が干渉を起こして変調をするのに対し EA 変調器は光の吸収係数を電気的に制御する吸収型の変調器である [26].

半導体量子井戸において，電子・正孔の波動関数は電界が存在していない時は Fig.1.13(a) のように左右対象で存在しているが，これに対し量子井戸に電界が加えられた場合 Fig.1.13(b) のようにそれぞれ偏りを起こす．この際，ポテンシャルの傾きによる影響で電子・正孔のエネルギー準位はバンドギャップが縮小する方向にシフトし，これにより半導体が吸収できる波長は長波長側へシフトする．EA 変調器はこのような原理に基づく光変調器であり，この現象を利用し半導体量子井戸に印加する電界の強度を制御することで入力光の波長成分を選択的に吸収することで透過光の波長成分を制御することが可能である．

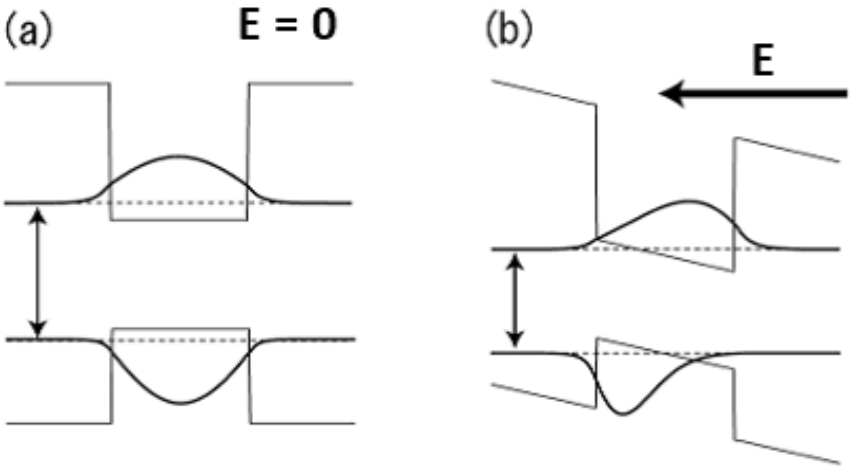

Fig. 1.13: Quantum confined Stark effect[26].

1.4.3 チャープミラー

EA 変調器や LN 変調器以外でチャープパルス光を形成する方法としてチャープミラーを用いる方法が挙げられる．

フェムト秒レーザから発振されるパルスは広帯域な波長の光を成分に持つが，発振されたパルスは大気中やレンズを透過する際に材料の屈折率の正常分散により長波長の光は早く，短波長の光は遅く進む [27]．この結果パルスの幅が広がってしまうため，この問題を解決するためにチャープミラーはもともと設計された．チャープミラーは Fig.1.14 に示すような低屈折率と高屈折率誘電体膜が何層も基板の上に重なった構造をしている [28]．このような構造体に光を入射した時，長波長の光ほ

どチャープミラーの深い位置で反射し，短波長の光ほど浅い位置で反射されるので正常分散によりパルス幅が広がったパルス光に逆の分散をかけることができ，これによりパルスを発振直後の状態に戻すことができる．このように本来は短パルス光が正常分散から受ける影響を打ち消すためにチャープミラーは使われているが，位相のそろったパルスを任意のチャープパルスにすることも可能である．

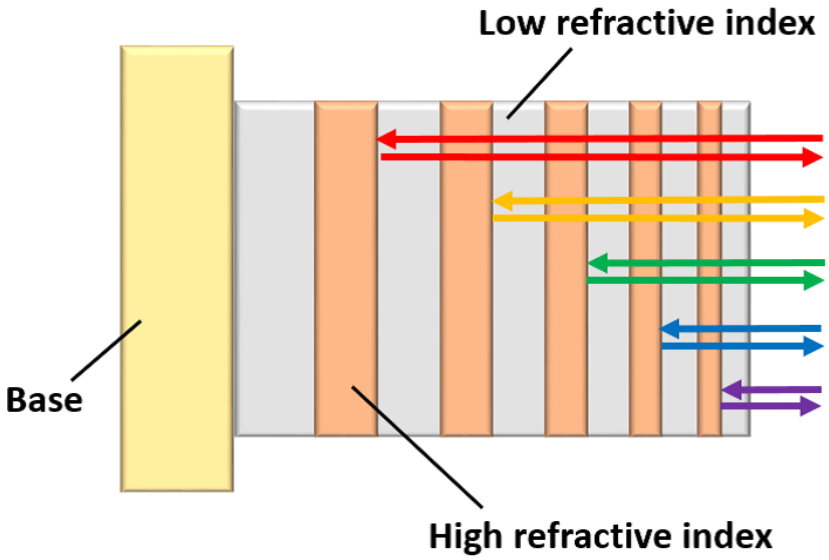

Fig. 1.14: Schematic representation of chirped mirror.

1.4.4 プリズムペア

チャープミラーは長波長ほど遅く進むように分散をかけるデバイスであるが，プリズムペアは短波長ほど早く進むように分散をかけるデバイスである [29].

プリズムペアの構造は単純で Fig.1.15 に示す．プリズムに入射したパルスは空間的に分散され，パルスの短波長成分ほど大きく解析されるので長波長成分より長い距離を伝搬し，時間的に早く伝搬される．これにより時間的にパルスの波長を変化させる．この時注意しなくてはいけないのはプリズムの中では波長ごとに屈折率が違うため，長波長がより長い光学的距離を伝搬する場合はプリズムペアによって必要な分散補償を得るためにはプリズム間での光の伝搬距離を引き延ばさなくてはならない．

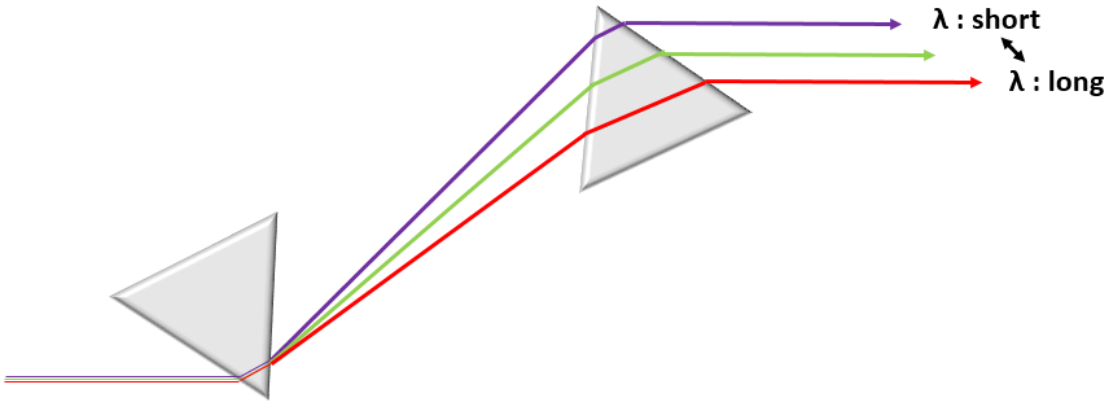

Fig. 1.15: Schematic representation of Prism Pair.

1.5 本研究の位置づけ

前述の通り短パルス信号を用いることにより情報処理速度は向上されるが，共振器を用いた光回路では Q 値により共振器内に短パルス光 (広帯域周波数光) を効率よく格納することができない．そこで我々はチャープパルスで広帯域の周波数信号を共振器内に格納できることに注目した．もともとチャープパルス光を用いることで広帯域の光を共振器内に格納できることは可能であると分かっていたが，どのようなチャープをかけることで最も効率よく共振器内に広帯域のパルス光を格納できるかは知られていなかった．

そこで，本研究は最適化アルゴリズムを用いて最も広帯域な信号を高 Q 値共振器に格納できる最適なチャープパルスを導出することを目標とする．

2 理論

2.1 結合モード理論

最も広帯域な信号を共振器内に格納できる最適なチャープ量を導出するために本研究では結合モード理論 (Coupled mode theory:CMT)[30] と呼ばれる理論を用いる．導波路から共振器に光を格納する時，また共振器から導波路へ光が漏れる時の光電界の振る舞いは非常に複雑で通常では解析に手間がかかる．しかしながら CMT を用いることにより簡潔に共振器と導波路間の光電界の時間変化を導出することができる．本節では最適チャープ量を導出するため CMT の基礎的な解説を行う．

2.1.1 基本方程式

CMT についての議論に先立ちまず Fig.2.1 に LC 回路を仮定する．この LC 回路

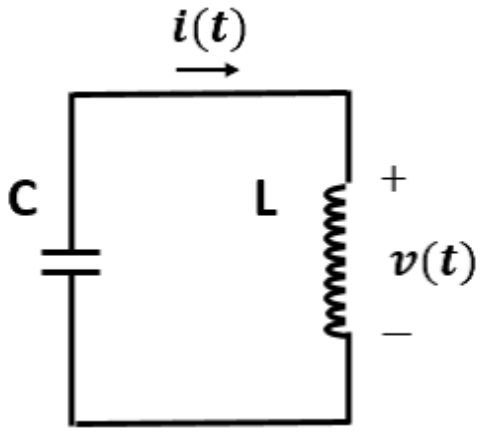

Fig. 2.1: An LC circuit.

の電圧 v と電流 i の関係式は以下のように表される．

$$v = L\frac{di}{dt} \tag{2.1}$$

$$i = -C\frac{dv}{dt} \tag{2.2}$$

この時，式中の L，C はそれぞれ Fig.2.1 中のインダクタンス及びキャパシタンスである．この二つの 1 次微分方程式を組み合わせることで，電圧 v に関する 2 次微分方程式を得ることができる．

$$\frac{d^2v}{dt^2} + \omega_0^2 v = 0, \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \tag{2.3}$$

ここで以下のように複素変数 $a_{\pm}$ を定義する．

$$a_{\pm} = \sqrt{\frac{C}{2}}\left(v \pm j\sqrt{\frac{L}{C}}i\right) \tag{2.4}$$

式 (2.1),(2.2),(2.4) を用いることにより，式 (2.3) の v に関する 2 次微分方程式を次のように a に関する 1 次微分方程式に変形する事が出来る．

$a_{\pm}$ の意味を理解するため $a_{\pm}$ と電圧 v と電流 i の関係を比べてみる．式 (2.1),(2.2) を解くと以下の解を得ることができる．

$$v(t) = |V|\cos\left(\omega_0 t + \phi\right) \tag{2.5}$$

$$i(t) = \sqrt{\frac{C}{L}}|V|\sin\left(\omega_0 t + \phi\right) \tag{2.6}$$

なお $|V|$ は LC 回路における最大電圧であり，ϕ は位相成分でる．これらの結果を式 (2.4) に代入すると，

$$a_+ = \sqrt{\frac{C}{2}}[|V|\cos(\omega_0 t + \phi) + j|V|\sin(\omega_0 t + \phi)] = \sqrt{\frac{C}{2}}Ve^{j\omega_0 t} \tag{2.7}$$

となる．式 (2.7) より a_+ は ω_0 の角周波数で振動することがわかり，さらに a_+ の絶対値の 2 乗を求めると

$$|a_+|^2 = \frac{C}{2}|V|^2 = W \tag{2.8}$$

となる．W は回路中のエネルギーであるので，a_+ は回路内のモード振幅であるといえる．式 (2.4) の解は単振動する関数であるが，式に損失項を含めると，

$$\frac{da_+}{dt} = j\omega_0 a_+ - \frac{1}{2\tau_0}a_+ \tag{2.9}$$

となる．ここで使われる τ_0 はエネルギーの損失率であり，分母に 2 を掛けてあるのはこのためである．即ちこの式を用いてエネルギーの時間変化を導出すると

$$\frac{dW}{dt} = \frac{1}{2\tau_0}W = -P_d \tag{2.10}$$

となり τ_0 がエネルギーの損失率であることがよくわかる．なお回路の共振状態は a_+ だけで十分説明可能であるため，a_+ についてのみの記述にとどめる．

この a_+ に関する方程式は様々な物理系にも適応できることが知られており，光の場合にも前述の理論を適応できる．以降はこの式 (2.9) を CMT のモード振幅に関する基本式として変形していき，本研究で扱う状況と同じである Add-drop 系におけるモード振幅の式を求めていく．

2.1.2 Add-drop 系における結合モード理論

Add-drop 系とは 2 本の導波路が共振器を挟む構造体系のことを指し，Four-port 系とも呼ばれている．実際の Add-drop 系では 4 方向の入力を考えるが，本研究では Fig.2.2 に示すように入力は S_{in} の一方向のみとし，それ以外の入力はないものとする．これにより出力は S_{out1} と S_{out2} のみに限定される [31]．なお以降特に言及がない限り S_{in} を入力側，S_{out1} を透過側とし，S_{out2} をドロップ側とする．

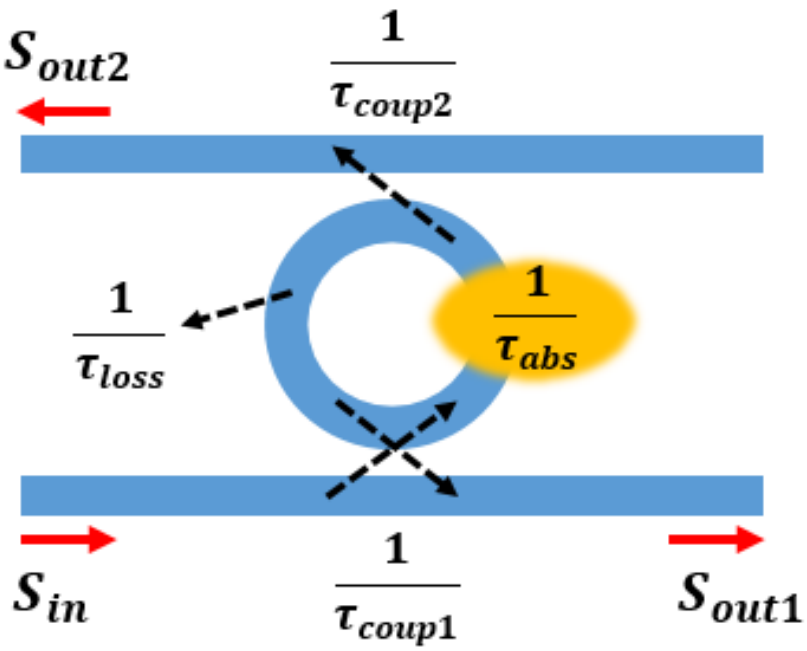

Fig. 2.2: A ring resonator between two waveguides.

このような系に合致するようなモード振幅の式を求めるには,「共振器内部の材料吸収によるエネルギー減少」・「導波路外へのエネルギー損失」・「導波路から共振器への入射光による内部エネルギー」の項を基本式に加える必要がある．

これらの項を考慮した Add-drop 系中のモード振幅に関する方程式は基本式 (2.9) とほとんど同じ形で表現できる [31]．

$$\frac{da}{dt} = \left[j\omega_{cavity} - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau_{abs}} + \frac{1}{\tau_{loss}} + \frac{1}{\tau_{coup1}} + \frac{1}{\tau_{coup2}} \right) \right] a + \kappa s_{in} \tag{2.11}$$

ただし，a は共振器内部電界を指し，ω_{cavity} は共振器の共振角周波数である．τ_{abs} は材料吸収に対応する光子寿命で，τ_{loss} は共振器から導波路外に漏れ出る光の損失に対応する光子寿命であり，τ_{coup1},τ_{coup2} はそれぞれ導波路との結合に対応する光子寿命である．また，κ は結合効率を示す定数，s_{in} は入射光を示す変数であり，

$$|s_{in}|^2 = \text{入射光によって運ばれるパワー} \tag{2.12}$$

である．ここで a の形式が時間反転しても不変であるため，$|\kappa| = \sqrt{\frac{1}{\tau_{coup1}}}$ と求められる [30]．よって共振器内のモード振幅 a に関する方程式は

$$\frac{da}{dt} = \left[j\omega_{cavity} - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau_{abs}} + \frac{1}{\tau_{loss}} + \frac{1}{\tau_{coup1}} + \frac{1}{\tau_{coup2}} \right) \right] a + \sqrt{\frac{1}{\tau_{coup1}}} s_{in} \tag{2.13}$$

と求めることが出来る．

式 (2.13) をさらに厳密に記述するため，共振器内のモード振幅 a と入力光 s_{in} 間の位相差を考慮した項を導入する．共振器中に安定して存在しているモードは共振器を往復する際モード，同士で強め合る干渉を行う．リング共振器の場合，内部電界 a がリング共振器をある地点から一周進んで元の地点に戻った時に位相が $2\pi\times$(整数) 進むときがこれに当てはまる．ある波長 λ の光が屈折率 n_0 のリング共振器内を進む時の位相 Θ は円形の光路から波長を割った値に 2π を掛けてやればよいので，

$$\Theta = 2\pi \times \frac{2\pi R n_0}{\lambda} \tag{2.14}$$

と求まる．その為リング型共振器に入力した波長 λ_{in} と共振波長 λ_{cavity} との共振器内での位相差 θ は

$$\theta = 4\pi^2 n_0 R \left(\frac{1}{\lambda_{cavity}} - \frac{1}{\lambda_{in}} \right) = 2\pi(\text{整数}) - \frac{4\pi^2 n_0 R}{\lambda_{in}} \tag{2.15}$$

である．なお，n_0 は共振器の屈折率，R はリング共振器内の円状光路の半径であり，λ_{cavity},$\lambda_i n$ はそれぞれ共振波長と入力波長である．この式を用いて式 (2.13) は

$$\frac{da}{dt} = \left[j\omega_{cavity} - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau_{abs}} + \frac{1}{\tau_{loss}} + \frac{1}{\tau_{coup1}} + \frac{1}{\tau_{coup2}} \right) \right] a + \sqrt{\frac{1}{\tau_{coup1}}} exp(j\theta) s_{in} \tag{2.16}$$

と記すことが可能である．

2.2 Kerr 効果を考慮した結合モード理論

前節で Add-drop 系に対応する CMT の基本式 (2.16) を導出することが出来たが，本研究では Kerr 効果と呼ばれる非線形光学効果を考慮に入れるため，本節では Kerr 効果に関する項を CMT に組み入れる．

2.2.1 Kerr 効果

多くの物質の屈折率 n は式として

$$n = n_0 + n_2 I \tag{2.17}$$

と書き表すことができる．n_0 は通常の屈折率であり, n_2 は非線形光学係数で，I は物質内における電界のパワー密度である．物質中に存在するエネルギーを U は誘電

率を ε，電界を E，モード体積を V とした時

$$U = \frac{1}{4}\varepsilon|E|^2V \tag{2.18}$$

として式に表せるため [32]，電界のパワー密度 I が

$$I = \frac{c}{n_0}\frac{\varepsilon|E|^2}{2} \tag{2.19}$$

であることを利用して，式 (2.17) は

$$n = n_0 + n_2 \cdot \frac{c}{n_0}\frac{\varepsilon|E|^2}{2} = n_0 + \frac{2n_2cU}{n_0V} \tag{2.20}$$

と変形することができる．電界が印加されていない通常時の物質の屈折率 n_0 に比べて，電界が印加されている時の物質の屈折率 n は物質中のエネルギー U に比例する分だけ増加していることが式 (2.20) からわかる．この式 (2.20) のような電界の 2 乗に比例する屈折率の変化を Kerr 効果と呼ぶ．

Kerr 効果の特徴としてその反応速度が挙げられる．その反応速度は非常に早く，フェムト秒 (10^{15} 秒) で屈折率は変化される [30]．これは他の熱や電子密度による影響の非線形光学の屈折率変化よりもはるかに早いといえる．本研究ではこの反応速度に留意し，以降生じる非線形光学は Kerr 効果によるもののみに限定した．

もう一つの特徴といえば非線形光学係数 n_2 の小ささである．シリカ (SiO_2) を例に挙げると $n_2 = 3.67\times10^{-20}$ m^2/W しかなく，屈折率を変化させるには I を非常に大きな値に設定する必要があった．そのためレーザを用いらなければ Kerr 効果を観測することは困難であったが，微小光共振器が発明されることにより式 (2.19) からモード体積 V を小さくすることで I の値を大きくすることができ，Kerr 効果の発生は容易となった．

2.2.2 Kerr 効果を考慮した結合モード理論

Kerr 効果を考慮した場合，屈折率が共振器内部エネルギー U により変化するため共振器の共振条件は時間ごとに変化する．そのため CMT の基本式 (2.15) 及び式 (2.16) 中に存在する共振角周波数 ω_{cavity} 及び共振波長 λ_{cavity} に Kerr 効果による変化を加える必要がある．

Kerr 効果によって屈折率及び共振条件は変化するが，共振波長を持つ光が共振器内部を 1 周する際に進む位相は変化しない．そのため，共振器内に光が存在しない時の屈折率と共振波長をそれぞれ n_0，λ_0 とし，Kerr 効果による屈折率変化を δn_{Kerr}，共振波長変化を $\delta\lambda_{Kerr}$ とした時，式 (2.14) により共振波長を持つ光が共振器内部を 1 周するときに進む位相 Θ_{cavity} は

$$\Theta_{cavity} = 2\pi \times \frac{2\pi R n_0}{\lambda_0} = 2\pi \times \frac{2\pi R(n_0 + \delta n_{Kerr})}{\lambda_0 + \delta\lambda_{Kerr}} \tag{2.21}$$

と表すことができる．式 (2.21) より $\delta\lambda_{Kerr}$ と δn_{Kerr} の関係式が得られたので，

$$\delta\lambda_{Kerr} = \frac{\delta n_{Kerr}}{n_0}\lambda_0 \tag{2.22}$$

という $\delta\lambda_{Kerr}$ に関する式が得られる．これより Kerr 効果による共振器内の屈折率変化 δn_{Kerr} を導出すれば共振条件の変化を求めることができた．δn_{Kerr} の導出法は式 (2.20) の通りなので，先ほど導出した CMT の基本式 (2.15) 及び式 (2.16) に Kerr 効果の項を反映させると，

$$\frac{da}{dt} = \left[j2\pi c\left(\frac{1}{\lambda_0+\delta\lambda_{Kerr}}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau_{abs}}+\frac{1}{\tau_{loss}}+\frac{1}{\tau_{coup1}}+\frac{1}{\tau_{coup2}}\right)\right]a + \sqrt{\frac{1}{\tau_{coup1}}}exp(j\theta)s_{in} \tag{2.23}$$

$$\theta = 2\pi(\text{整数}) - \frac{4\pi^2(n_0+\delta n_{Kerr})R}{\lambda_{in}} \tag{2.24}$$

$$\delta n_{Kerr} = \frac{2n_2cU}{n_0V} = \frac{2n_2c|a|^2}{n_0V} \tag{2.25}$$

となる．

本研究では計算の都合上，共振器内の電界 a 及び入力電界 s_{in} の振幅のみに注目したいため，それぞれ以下のように式変形を行う．

$$a(t) = A(t)exp(j\omega_{in}t) \tag{2.26}$$

$$s_{in}(t) = S_{in}(t)exp(j\omega_{in}t) \tag{2.27}$$

ただし，$\omega_{in} = 2\pi c/\lambda_{in}$ である．式 (2.26) 及び式 (2.27) を式 (2.23) に代入し，両辺から $exp(j\omega_{in}t)$ の項をそれぞれ割ると，

$$\begin{aligned}\frac{dA(t)}{dt} = \Bigg[j2\pi c\left(\frac{1}{\lambda_0+\delta\lambda_{Kerr}}-\frac{1}{\lambda_{in}}\right) &- \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau_{abs}}+\frac{1}{\tau_{loss}}+\frac{1}{\tau_{coup1}}+\frac{1}{\tau_{coup2}}\right)\Bigg]A(t) \\ &+ \sqrt{\frac{1}{\tau_{coup1}}}exp(j\theta)S_{in}(t)\end{aligned} \tag{2.28}$$

となる．本研究では式 (2.28) を基本式として解析を行った．

2.3 最適化アルゴリズム

前述の通りチャープパルスを用いて広帯域な信号を高 Q 値共振器にか格納することを目指しているが，本研究ではまずチャープパルスを 2 種類に場合分けし，それぞれのケースにおいて最も広帯域な信号を共振器内に格納できる最適なチャープ量の導出を試みた．なお用いるモデルは前述の通り Add-drop 系である．

まず初めに，時間波形がガウス型の場合のチャープパルスについて考えた．ある定められたガウス型のパルス光の瞬時周波数が任意に変化する時，共振器から漏れ

た光が持つスペクトルが最も広帯域となるような周波数変化を最適チャープ量と定め、その導出を試みた．

もう一つは，スペクトル波形がガウス型の場合である．スペクトルの周波数位相が任意に変化する時，共振器から漏れた光が持つスペクトルが最も広帯域となるような周波数位相変化を最適チャープ量と定め、その導出を試みた．

本研究ではこの二種類の最適チャープ量を求めるために，式 (2.28) を用いて数値的に計算シミュレーションを行った．次節以降ではその具体的なアルリズムについてそれぞれ説明する．

2.3.1 時間波形がガウス型の場合

本節では時間波形がガウス型の場合の最適なチャープ量，すなわち最適な瞬時周波数 $\omega_{in}(t)$ を求める．

基本式 (2.28) では入力光の周波数は一定であるフーリエ限界パルス (TLP:Transform Limited Pulse) に関する式であり，入力パルスの瞬時周波数も一定であった．本節以降は入力波長 (または入力角周波数) が随時変化するため，基本式 (2.28) を少し変形する必要がある．式 (2.27) で定義した入力電界 s_{in} を次のように再定義する．

$$a(t) = A'(t)exp(j\omega_{in0}t - j\varphi(t)) \tag{2.29}$$

$$s_{in}(t) = S'_{in}(t)exp(j\omega_{in0}t - j\varphi(t)) \tag{2.30}$$

ただし $S'_{in}(t)$ は入力電界の振幅であり実数であるが，$A'(t)$ は複素数であることに注意したい．また ω_{in0} は入力光の基本角周波数であり，$\varphi(t)$ は基本角周波数からの変化量 (チャープ量) であり，本研究はこの $\varphi(t)$ の最適量を求めることを目指しているといえる．式 (2.29) 及び式 (2.30) を再度式 (2.23) に代入し，両辺から $exp(j\omega_{in0}t)$ の項をそれぞれ割ると，

$$\begin{aligned}\frac{dA'(t)}{dt} = \quad & \left[j2\pi c \left(\frac{1}{\lambda_0 + \delta\lambda_{Kerr}} - \frac{1}{\lambda_{in0} + \delta\lambda_{in}} \right) \right. \\ & \left. -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau_{abs}} + \frac{1}{\tau_{loss}} + \frac{1}{\tau_{coup1}} + \frac{1}{\tau_{coup2}} \right) \right] A'(t) + \sqrt{\frac{1}{\tau_{coup1}}} exp(j\theta) S'_{in}(t)\end{aligned} \tag{2.31}$$

となる．ただし $\omega_{in0} = 2\pi c/\lambda_{in0}$ であり，

$$\frac{2\pi c}{\lambda_{in0} + \delta\lambda_{in}} = \frac{d(\omega_{in0}t - \varphi(t))}{dt} \tag{2.32}$$

である．

共振器内に共振波長と同じ波長を持つフーリエ限界パルスを入射しても共振波長は Kerr 効果により長波長側へシフトしてしまうので，共振器に光を格納した瞬間入力波長と共振波長にずれが生じてしまう．これが入力パルスが共振器内に透過する

のを阻害する要因の一つである．そこで任意の時間で式 (2.31) 中において

$$\frac{1}{\lambda_0 + \delta\lambda_{Kerr}} - \frac{1}{\lambda_{in0} + \delta\lambda_{in}} = 0 \tag{2.33}$$

となるように $\delta\lambda_{in}$ を設定すれば，共振器内部に最も光が入りやすいといえる．これはすなわち入力パルスの時間ごとの波長変化 $\delta\lambda_{in}$ と共振器の共振波長シフト $\delta\lambda_{Kerr}$ が常に一致していることを指す．

式 (2.33) を満たす場合，$\delta\lambda_{in}$ と $\delta\lambda_{Kerr}$ は常に一致してるため任意の時間で入力パルスは共振器と共振しており，入力パルスを最も高い割合で共振器内に格納できると言える．入力パルスの時間波形は予め定められているため，式 (2.33) を満たす時は共振器内部の電界 a 及びドロップ側の電界が最も大きな値をとるはずだ．そこで，特にドロップ側の電界 s_{out2} に注目した時，s_{out2} が最も大きな値をとれるよう少しずつ $\delta\lambda_{in}$ が式 (2.33) に近づくように変化する最適化アルゴリズムを作成していきたいと思う．

なお，最も理想的なのは入力チャープパルスが式 (2.33) 及び $exp(j\theta) = 1$ を同時に満たす時であり，この時が最も入力が共振器内に入りやすい．しかしながら $exp(j\theta) = 1$ である時は，$\theta = 2\pi$(整数) を満たしている時である．任意の時間でこのような θ の条件を満たすためには式 (2.24) より δn_{Kerr} が離散的に時間変化しなくてはならない．そのようなことは実現不可能であり，また $exp(j\theta)$ の影響は小さいと判断したため本研究では式 (2.33) のみを最適条件として絞り込んだ．

また，式 (2.33) を満たす時，式 (2.31) を用いた解析に不正確性が生じる恐れがあったため，式 (2.28) を用いての解析を行った．

全くランダムに $\delta\lambda_{in}$ の値を決め，逐次式 (2.28) に代入してドロップ側電界を求めた場合，最適な $\delta\lambda_{in}$ を決めるための計算回数は膨大であり，なおかつ得られた $\delta\lambda_{in}$ が最適であるという保証はない．そこで式 (2.33) を用いた最適化アルゴリズムを作成した．以下にその具体的なアルゴリズムの流れを述べる．

アルゴリズムの流れは Fig.2.3 に示すとおりである．

まず最初に予め入力する時間波形の振幅 $S_{in}(t)$ 及び基本波長 λ_{in0} を決定し，それに対する最適な $\delta\lambda_{in}(t)$ を求める．

次に式 (2.28) で共振器内部電界の振幅 $A(t)$ を導出するのだが，計算開始の時点では入力に何もチャープを掛けていない状態で計算を開始する．

$A(t)$ を導出した後，$A(t)$ を用いてドロップ側の出力 S_{out2} を求める．

$$S_{out2} = \sqrt{\frac{1}{\tau_{coup2}}} A(t) \tag{2.34}$$

式 (2.34) からもわかるように S_{out2} はドロップ側の電界の振幅を示しており，実際のドロップ側の電界 s_{out2} は

$$s_{out2} = S_{out2} exp(j\omega_{in0} t) \tag{2.35}$$

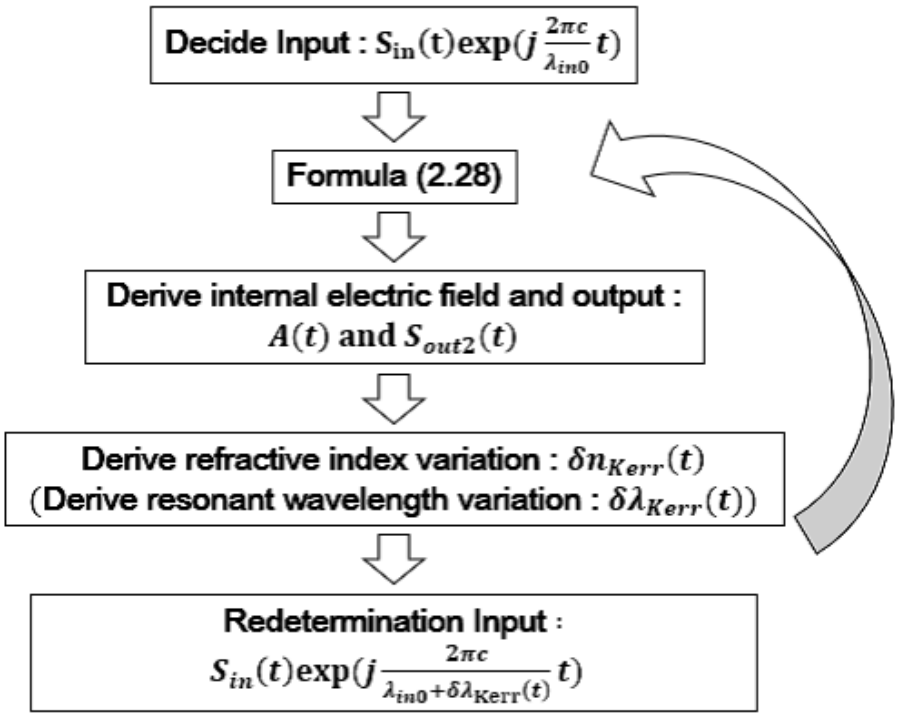

Fig. 2.3: The algorithm of derivation the most suitable $\delta\lambda_{in}(t)$

として表される．この時注意したいのは，S_{out2} はドロップ側の電界の振幅であるが決して実数ではなく，複素数であることである．これは S_{out2} の中に電界の振幅の情報だけでなく，位相に関する情報も含まれるからである．具体的には共振器中に存在する電界が断熱的波長変換 [33] により波長シフトを起こした際の位相に関する情報等が S_{out2} の中に含まれる．詳細は後ほど述べる．この S_{out2} をスペクトル解析することで，ある帯域を持った入力光の内どれだけの割合が共振器を透過したかがわかる．

式 (2.28) で内部電界の振幅 $A(t)$ を導出した後 $A(t)$ を元に S_{out2} を導出したが，今度は $A(t)$ を元に共振器の内部屈折率変化 $\delta n_{Kerr}(t)$ を導出してみたい．式 (2.20) から

$$\delta n_{Kerr}(t) = \frac{2n_2cU(t)}{n_0V} \tag{2.36}$$

であることが求まるが，$U(t) = |A(t)|^2$ であることに留意すれば，簡単に導出することが可能である．ここで同時に式 (2.22) より Kerr 効果による共振波長シフト $\lambda_{Kerr}(t)$ も導出することが可能だ．

前述の通り共振波長 λ_{cavity} が Kerr 効果により入力波長 $\lambda_{in}(t)$ とズレが生じてしまうために共振器内にパルス光を入力することが難しくなる．そこで入力パルスの位相成分を先のステップで求めた $\delta\lambda_{Kerr}(t)$ で再設定する．すなわち，入力パルスの電界振幅は S_{in} で変えないものの，その位相成分を直前のステップで求めた $\delta\lambda_{Kerr}(t)$ を用いて $exp(j(2\pi c/\lambda_{in0} + \lambda_{Kerr})t)$ とする．この再設定により，入力パルスの瞬時

波長を Kerr 効果によって変化する共振波長に近づけることが可能であり，再設定した入力パルスを再度共振器内部に入力した場合，内部電界振幅 $A(t)$ 及びドロップ側出力電界振幅 $S_{in}(t)$ の値は大きくなるはずである．

入力パルスの位相成分を再設定し再度式 (2.28) で $A(t)$ 及び $S_{out2}(t)$ を求めたが，その値が最初に得られた $A(t)$ と $S_{out2}(t)$ より大きいことは入力パルスの瞬時波長と変化する共振波長の差が小さくなったということで想像に難くない．しかしながら入力パルスの位相成分を変えたことにより，勿論のことながら共振器内部へ透過される入力パルスの割合も変化する．それのより入力パルスの瞬時波長と変化する共振波長の差は依存存在するままである．このことから前述のアルゴリズムを元にした計算を一回のみ行ったとしても，得られた $\delta\lambda_{in}(t)$ は最適なチャープ量とは言えないことが分かる．この問題を解決するために，式 (2.28) で $A(t)$，$S_{out2}(t)$，$\delta\lambda_{Kerr}$ を導出し，入力パルスの位相成分を再設計した後，もう一度式 (2.28) で計算するという一連のステップを繰り返す必要がある．最終的には入力パルスの瞬時波長と変化する共振波長の差は限りなく小さくなり，式 (2.33) を満たすようになる．もしこのようなアルゴリズムを完成させ，前述のような繰り返しをするごとに出力パワー $|S_{out2}|^2$ をプロットすれば $|S_{out2}|^2$ はある値に落ち着くと思われる．この値をとる時こそ式 (2.33) を満たした時で，$\delta\lambda_{in}(t)$ が最適なチャープ量となる時である．

2.3.2 スペクトルがガウス型の場合

本研究では，あるガウス型のパルス光の最適な波長の時間変化を求める以外にも，スペクトルの絶対値がガウス型の場合の，最も広帯域なパルスを共振器に格納できる最適なチャープ量，すなわちスペクトルの位相成分 $exp(j\varphi_{in}(\omega))$ の最適値を求めることも試みた．

パルス光の時間波形 $s_{in}(t)$ を e^{-t} のようなガウス関数とした場合をまず考えた．なお時間位相はないものとした．この時フーリエ変換の公式にしたがってスペクトルを求めると，

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2} e^{-j\omega t}\, dt = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(t+j\frac{\omega}{2})^2} e^{-\frac{\omega^2}{4}}\, dt = e^{-\frac{\omega^2}{4}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2}\, dt = \sqrt{\pi} e^{-\frac{\omega^2}{4}} \tag{2.37}$$

となる．式 (2.37) から時間波形がガウス型の場合，そのスペクトルもガウス型となることが分かった．そのため，式 (2.37) から入力パルス光が

$$s_{in}(t) = |C_0| exp(-|\alpha_1|t^2 + \alpha_2 t) exp(j(\beta_1 t^2 + \beta_2 t)) \tag{2.38}$$

のような時間波形がガウス型で，時間位相が二次関数となる場合，フーリエ変換し

た時に，

$$
\begin{aligned}
F[s_{in}(t)] &= \int_{-\infty}^{\infty} s_{in}(t)e^{-j\omega t}\,dt \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} |C_0|exp(-|\alpha_1|t^2+\alpha_2 t)exp(j(\beta_1 t^2+\beta_2 t))e^{-j\omega t}\,dt \\
&= |C_0|\sqrt{\frac{\pi}{\sqrt{|\alpha_1|-j\beta_1}}}exp\left(\frac{(\omega-\beta_2)^2+{\alpha_2}^2-j2\alpha_2(\omega-\beta_2)}{4(|\alpha_1|-j\beta_1)}\right)dt
\end{aligned}
\tag{2.39}
$$

となり，式 (2.39) の右辺の絶対値をとるとスペクトルの絶対値はガウス型となることがわかる．(ただし，C_0，α_1，α_2，β_1，β_2 はそれぞれ実数である．) 式 (2.38) を満たす範囲で式 (2.33) を最適な入力パルス $s_{in}(t)$ を求めれば，自動的にスペクトルがガウス型である最適なチャープパルス光を求めることができる．

しかしながらこの後に載せる計算結果の項を見ればわかる通り (Fig.3.2)，時間波形がガウス型の時の最適な時間位相を持つときのスペクトルを見ると，スペクトルの絶対値はガウス型ではないことが分かる．この理由として，時間波形がガウス型の時の最適な時間位相は式 (2.38) のように二次関数ではないことが挙げられる．つまり，上記の最初に時間波形をガウス型に定める方法ではガウス型のスペクトルを持つパルス光の最適な周波数位相を求めることはできず，最適な周波数位相に近い値しか得ることはできない．このため，スペクトルがガウス型の最適な位相成分 $exp(j\varphi_{in}(\omega))$ を考えるときにおいて，パルス光の時間波形をガウス型として考えるという前提を取り払わなければならないことが分かった．

以上のことから，ある時間波形を決めてからそのスペクトルをガウス型となるように計算していく方法では，式 (2.33) を満たすような時間位相を持ちなおかつスペクトルの絶対値がガウス関数であるような時間波形を無限に存在する種類の波形から選ぶ必要があるため，この方法は現実的ではない．そのためまず最初にあるガウス型のスペクトルを用意し，その周波数位相を少しずつ変化させて式 (2.33) を満たす周波数位相を求める手法にシフトした．

しかしながら式 (2.33) は時間領域の条件であるため，直接的に式 (2.33) を元に周波数領域の位相成分を求めることは困難であった．これはスペクトルの絶対値をガウス型に決めても周波数位相を変化させると時間波形と時間位相が同時に変化してしまうため，式 (2.33) を満たすような周波数位相を導出することは難しいためである．また，中心周波数 (スペクトルの頂点の周波数) をどこに設定するのかも出力に影響を及ぼすので，中心周波数の項も同時に考慮しなくてはならないのも原因であった．

このように，無限に存在する周波数位相と中心周波数の内，最適な値を選ばなければならず，また時間領域の条件である式 (2.33) を元に導出することが難しいため，本研究ではまず 2 次の周波数位相と中心周波数のみに注目し，その中でどのような周波数位相や中心周波数が最も共振器内にパルス光を格納できるかを求めた．

2 次の周波数位相とは，周波数の 2 乗に比例して変化する位相の項のことを指す．

2 次のみに注目し，0 次や 1 次の項を考察しない理由として，0 次や 1 次の周波数位相を持つスペクトルを逆フーリエ変換してもパルス光の時間波形および時間位相に影響を与えず，2 次の周波数位相を持つときに初めて時間波形と時間位相が変化する．たとえば，0 次と 1 次の周波数位相を持つ絶対値がガウス型のスペクトル $s(\omega) = e^{-\omega^2} exp(j(\beta_0 + \beta_1\omega))$ を逆フーリエ変換すると，

$$\begin{aligned}
F^{-1}[s(\omega)] &= \int_{-\infty}^{\infty} s(\omega) e^{j\omega t}\, d\omega \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\omega^2} exp(j(\beta_0 + \beta_1\omega)) e^{j\omega t}\, d\omega \\
&= exp(j\beta_0) \int_{-\infty}^{\infty} exp\left(-\left(\omega^2 - j\omega(t+\beta_1) - \frac{(t+\beta_1)^2}{4}\right) - \frac{(t+\beta_1)^2}{4}\right) d\omega \\
&= exp\left(j\beta_0 - \frac{(t+\beta_1)^2}{4}\right) \int_{-\infty}^{\infty} exp\left(-(\omega - \frac{jt}{2})^2\right) d\omega \\
&= \sqrt{\pi}\ exp\left(j\beta_0 - \frac{(t+\beta_1)^2}{4}\right) \qquad (2.40)
\end{aligned}$$

となる．一方，$s(\omega) = e^{-\omega^2}$ を逆フーリエ変換すると，

$$\begin{aligned}
F^{-1}[s(\omega)] &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\omega^2} e^{j\omega t}\, d\omega \\
&= \sqrt{\pi} exp\left(-\frac{t^2}{4}\right) \qquad (2.41)
\end{aligned}$$

となる．式 (2.40) の β_0 を時間領域の初期位相で，β_1 を時間領域の初期位置とみなせば，式 (2.40) で逆フーリエ変換して得られた時間波形 $s_{in}(t)$ は式 (2.41) の $s_{in}(t) = \sqrt{\pi} exp(-t^2/4)$ と同じになる．以上のことから 0 次と 1 次の周波数位相はパルスの時間波形及び時間領域の位相変化に影響を与えないことが分かる．

あるパルス光が 2 次の周波数位相を持つガウス型のスペクトル $s(\omega) = e^{-\omega^2} exp\,(j\beta_2\omega^2)$ を持つときを考える．なお中心周波数に関してはここでは省略する．このスペクトルを逆フーリエ変換すると，

$$\begin{aligned}
F^{-1}[s(\omega)] &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\omega^2} exp(j\beta_2\omega^2) e^{j\omega t}\, d\omega \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} e^{(j\beta_2 - 1)\omega^2} e - j\omega t\, d\omega \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} exp\left((j\beta_2 - 1)\left(\omega + \frac{jt}{2(j\beta_2 - 1)}\right)^2 + \frac{t^2}{4(j\beta_2 - 1)}\right) \\
&= exp\left(\frac{-t^2 - j\beta_2 t^2}{4(1+\beta_2)}\right) \int_{-\infty}^{\infty} e^{(j\beta_2 - 1)\omega^2}\, d\omega \\
&= \sqrt{\frac{\pi}{\sqrt{j\beta_2 - 1}}} exp\left(\frac{-t^2 - j\beta_2 t^2}{4(1+\beta_2)}\right) \qquad (2.42)
\end{aligned}$$

となり，式 (2.42) の逆フーリエ変換して得られた時間波形の時間位相部分に注目すると，時間位相に関する項 $exp(j\varphi(t))$ は

$$exp(j\varphi(t)) = exp\left(\frac{-j\beta_2 t^2}{4(1+\beta_2)}\right) \tag{2.43}$$

となるので，瞬時周波数の変化 $\delta f(t)$ は

$$\delta f(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{d\varphi(t)}{dt} = \frac{-\beta_2 t}{4\pi(1+\beta_2)} \tag{2.44}$$

となるため，瞬時周波数が線形に変化することが分かる．このように時間領域において周波数が線形に変化するもっとも単純なチャープが 2 次の周波数位相を持つスペクトルである．以上のことから，周波数位相に関して，本研究では最も単純な 2 次の周波数位相のみをまずは変化させてみることとした．

前述の通り，中心周波数によっても共振器に格納されるパルスの割合も変わるため，中心周波数をも同時に変化させて，どのような中心周波数が最も共振器内にパルス光を格納できるかをも求めた．

以上のことをまとめると，本研究では 2 次の周波数位相と中心周波数のみを変えることで，変数を二つに減らし，まずは最適な周波数位相を求める手がかりを求めることとした．

前述の通り，式 (2.33) は時間領域に関する条件で，式 (2.33) に完璧に合う周波数位相を最適化アルゴリズム的に導出することが困難であった．そのため，本研究では 2 次の周波数位相および中心周波数を少しずつ変え，その逆フーリエ変換した時間波形を逐次式 (2.28) に代入し，ドロップ側の出力 S_{out2} の状態を見るという単純な手法をとった．

3 時間領域変調による最適パルス設計

3.1 最適化アルゴリズムの計算結果

Fig.2.3 に示すようなアルゴリズムを元にプログラムを組み，その計算結果を以下に示す．なお用いた計算ツールは Scilab 5.4.1 である．

プログラムが Fig.2.3 に従って式 (2.28) よりドロップ側の出力電界振幅 S_{out2} を導出した回数を計算回数だとする．計算回数を 30 までとした時，各計算回ごとの入力エネルギー E_{in} とドロップ側の出力エネルギー E_{out2} の比をプロットした．なお入力パワーの波形はガウス型で，エネルギーは 56.7 pJ で半値全幅は 1.4 ns とした．また Add-drop 系に使われる共振器は SiN リング共振器とし，屈折率 $n_0 = 1.98$，非線形屈折率 $n_2 = 2.5\times10^{-7}$ μm^2/W，モード体積 $V = 72.8$ μm^3，光子寿命はそれぞれ $((1/\tau_{abs}) + (1/\tau_{loss}))^{-1} = 2460$ ps，$\tau_{coup1} = 1230$ ps，$\tau_{coup2} = 2460$ ps，リング半径 $R = 20$ μm, Kerr 効果がない時の共振波長 $\lambda_0 = 1545$ nm，入力パルスの基本波長 $\lambda_{in0} = 1545$ nm とした．

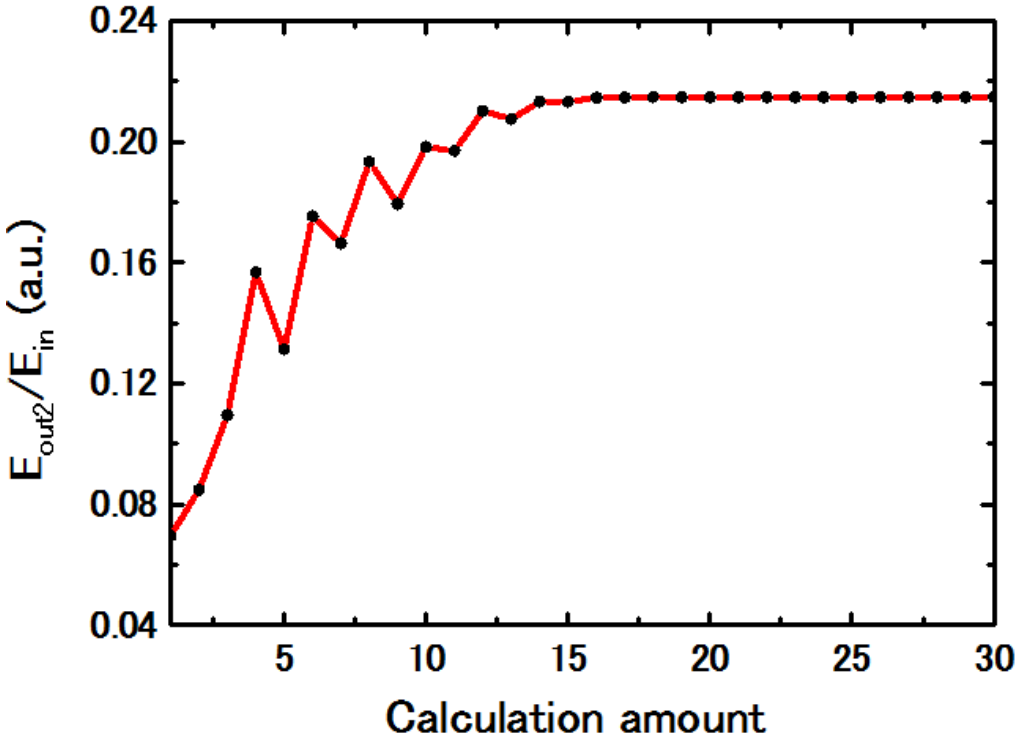

Fig. 3.1: The ratio of output energy to input energy for each calculation amount

グラフからわかるように E_{in} に対しての E_{out2} の比率は計算回数が増えるごとに増大していき，最終的には定常状態になっている．共振波長 $\lambda_0 + \delta\lambda_{Kerr}$ が変化すればドロップ側の出力エネルギー E_{out2} も変化するので，$\lambda_0 + \delta\lambda_{Kerr}$ も定常状態となっていると考えられる．同時に，アルゴリズム的に $\lambda_{in0} + \delta\lambda_{in}$ も定常状態となっており，式 (2.33) をも満たしていると言える．実際に式 (2.33) を満たしているかを確認するため，定常状態となった時の入力波長の時間変化 $\delta\lambda_{in}$ を持つ入力パルスで式 (2.28) から共振器の共振波長変化 $\delta\lambda_{Kerr}$ を求め，グラフを比較してみた．なお入力パルス光の時間波形の中心は 4096 ps である．

Fig.3.2 を見ると，実際に一致していることが分かる．ゆえに，このアルゴリズムを用いての最適チャープ量導出は成功したと言える．

Fig.3.1 のグラフを詳しく見てみると，計算開始時点，すなわちチャープをかけず瞬時波長が常に λ_{in0} である時 E_{out2} は E_{in} の僅か 7.0 % でしかないが，E_{in} と E_{out2} の比が定常状態の時 E_{out2} は E_{in} の 21.5 % であった．時間波形は同じだが，得られたチャープパルスはフーリエ限界パルスより 3 倍も多く共振器内にパルスを通すことができたことを示している．

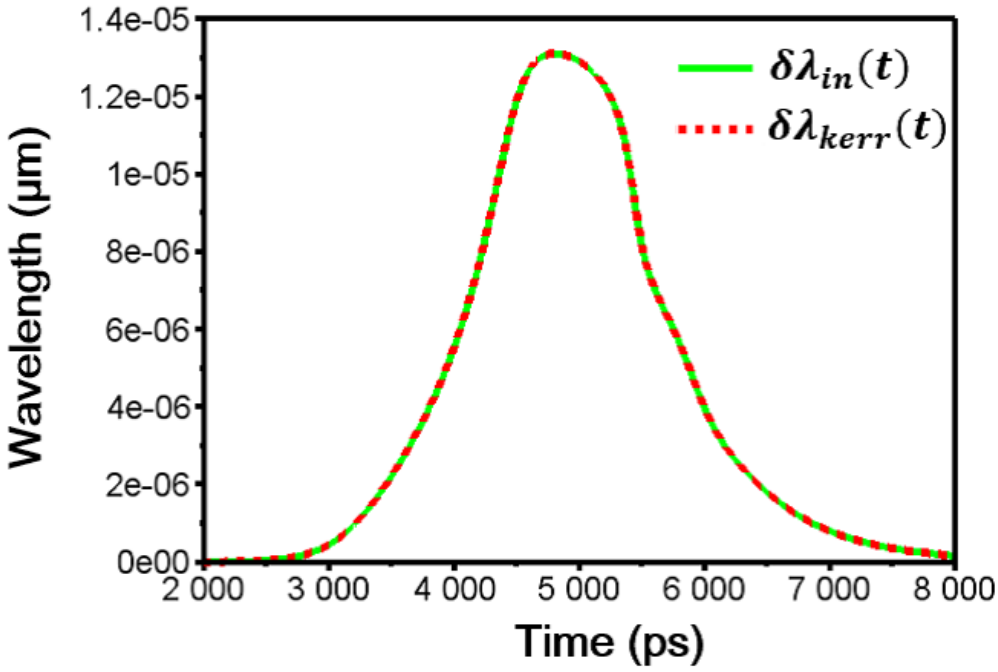

Fig. 3.2: The simulation comparison between $\delta\lambda_{Kerr}$ and $\delta\lambda_{in}$

3.2 スペクトルに関する計算結果および考察

得られたチャープパルスが式 (2.33) を満たしているため，入力パルスが最適なチャープ量を持っていることが分かると思う．そこで次に，高 Q 値共振器に広帯域な信号が格納されているかどうかについて確認した．どれほどの帯域の信号が共振器内に格納されているかを調べるため，前述の通り式 (2.34) にしたがってドロップ側の出力電界 S_{out2} を導出し，そのスペクトルを観測した．

Fig.3.3 が最適アルゴリズムにより導出したチャープ量を持つ入力パルスとドロップ側の出力スペクトルの比較である．Fig.3.4 が瞬時波長が一定のフーリエ限界パルスとそのドロップ側の出力スペクトルの比較である．グラフでは共振周波数を 0 GHz とし，共振周波数からのずれを測定した．用いた共振器および入力のパラメータは同じで，前述の通りである．なお共振器の Q 値は 7.5×10^5 である．比較のために格子寿命等の情報をもとに共振器の共鳴スペクトル (緑線) をも載せた．また Fig.3.3 には入力チャープパルスのスペクトルの位相成分も同時に載せた．

Fig.3.4 を見るとフーリエ限界パルスを入れた時のドロップ側の出力スペクトルは-1 GHz から 0.5 GHz までを帯域に持つのに対し，最適チャープ信号を入れた時のドロップ側の出力スペクトルは-2 GHz から 0.5 GHz までを帯域に持つ．チャープ信号の方がフーリエ限界パルスより 1.7 倍広い帯域のパルス信号を共振器内に格納できることが確認できた．また，Fig.3.3 を見るとドロップ側の出力スペクトルは共振スペクトルに対し低周波数側に広がっている事が分かる．これは Kerr 効果により共振周波数が低周波数側にシフトし，また入力スペクトルの位相成分を見ると負分散

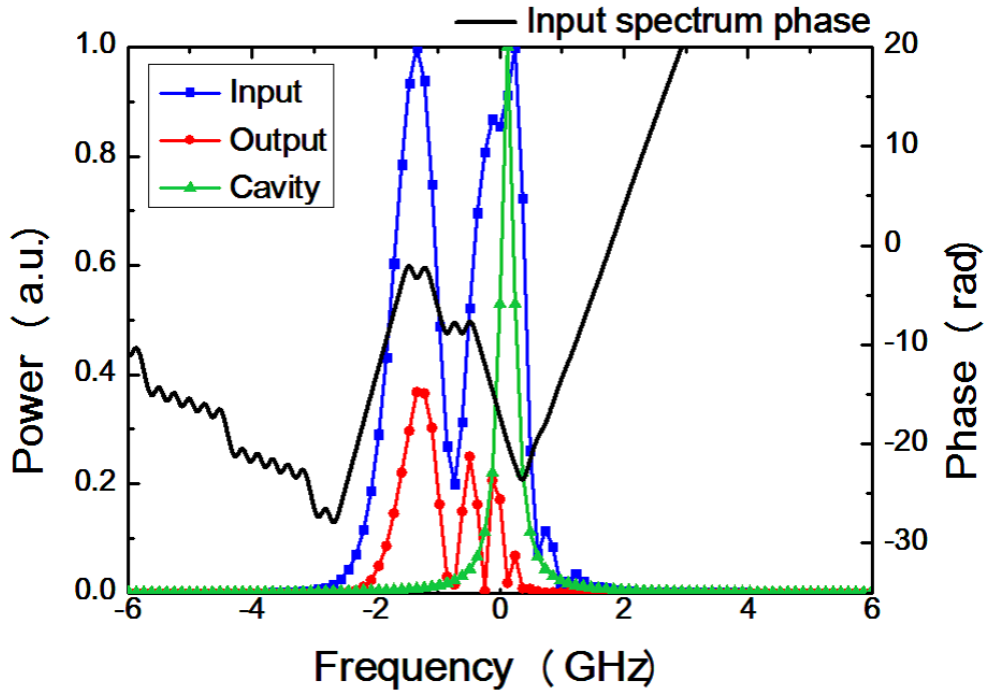

Fig. 3.3: The simulation comparison between Input and output of the suitable chirped pulse

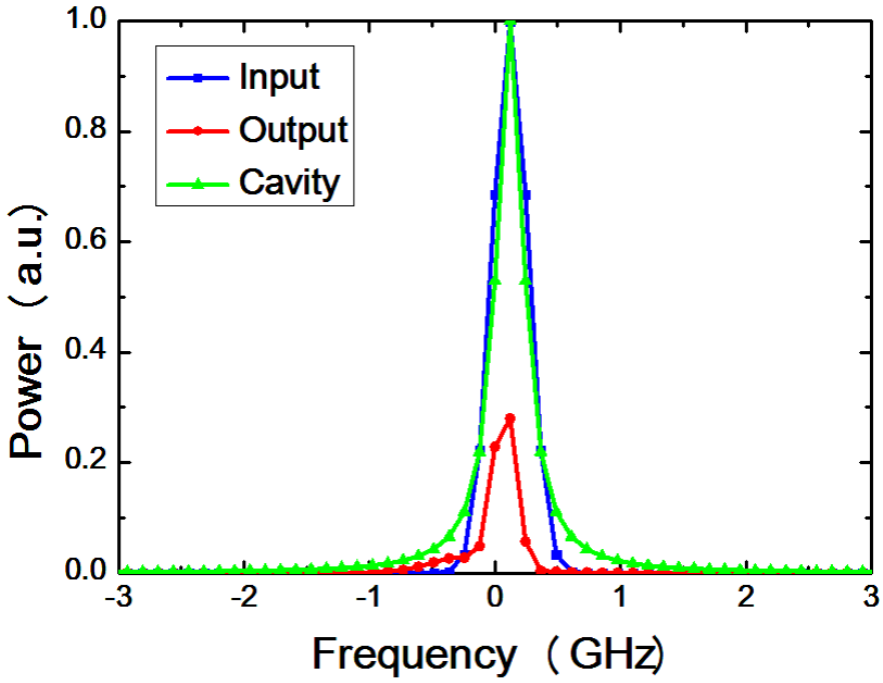

Fig. 3.4: The simulation comparison between Input and output of Fourier limit pulse

となっていることから，入力周波数が共振周波数を追従しながら低周波数側に変化している事を示している．これはまさに設計通りの結果だといえる．

3.3 断熱的波長変換及び自己位相変調に関する考察

チャープパルスを用いて広帯域の信号を共振器内に格納できたことが分かった．次に Fig.3.4 について更に解析すると，興味深い結果が分かった．以下に Fig.3.4 のスペクトルパワーを対数表示したグラフを載せる．

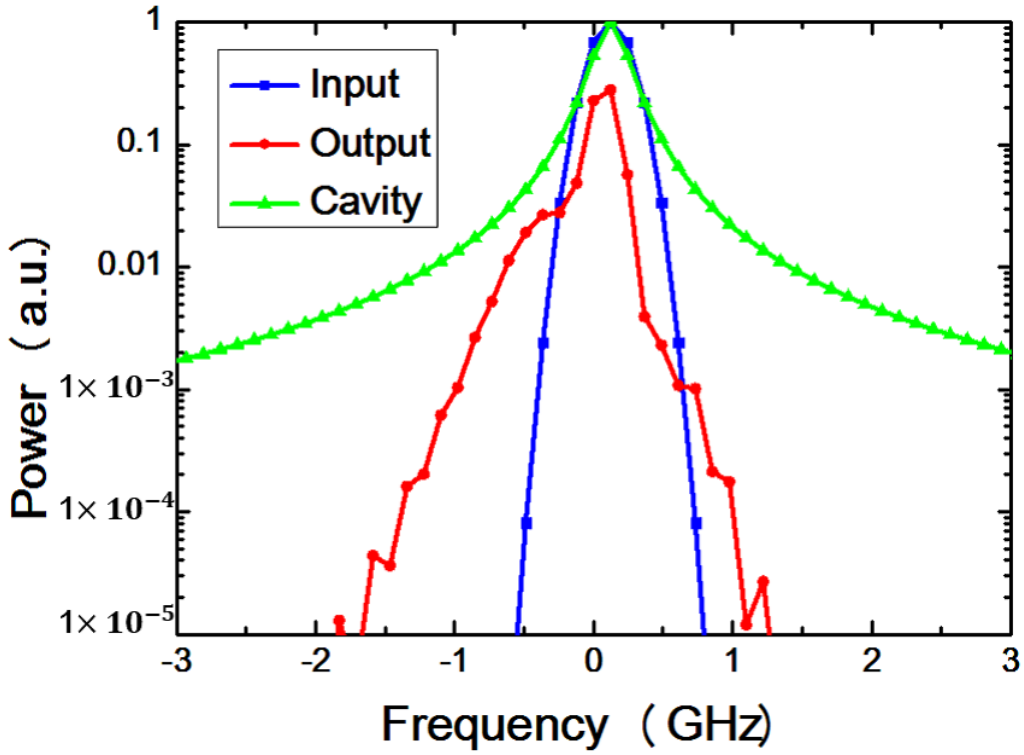

Fig. 3.5: The simulation comparison between Input and output of Fourier limit pulse with scale being in proportion to a logarithm

Fig.3.5 を見ると分かるように，フーリエ限界パルスのドロップ側出力スペクトルが低周波数側と高周波数側両方において入力スペクトルを超えていることが分かる．これは断熱的波長変換 [33] と自己位相変調 [34] という二つの現象が起こっていることにより説明がつく．

まず低周波数側においてドロップ側出力スペクトルが入力スペクトルを超えている理由についてだが，これは断熱的波長変換が主な理由と考えられる．断熱的波長変換とは，微小光共振器のように光が閉じ込められているデバイスの屈折率を変えることにより，内部の共振波長が変わってしまうため，共振器内部で共振している光の波長も変化させられる現象である．たとえばバイオリンやチェロ等の弦楽器の弦を弾いた後に振動する弦の長さを指で調節することで弦の共振条件を変え，音色

(空気振動の周波数) を変化させることが可能であるが，これも断熱的波長変換と同じ原理だといえる．Kerr 効果により共振器内部の屈折率は増大するため，式 (2.22) にしたがって共振波長は増大し，共振周波数は小さくなる．よって式 (2.28) を用いてドロップ側出力 S_{out2} を求めた時に，断熱的波長変換により入力したパルスの周波数成分が一部低周波数側へシフトしたと考えられる．

一方，上記のことを踏まえると高周波数側で出力スペクトルが入力スペクトルよ大きい理由は断熱的波長変換により説明がつかないが，自己位相変調により説明可能である．Kerr 効果により式 (2.17) を満たす時，媒質中を z 軸方向に伝搬する光の時間位相 $\Psi(t,z)$ は

$$\Psi(t,z) = \Psi_0(t,z) - \frac{\omega}{c} n_2 I(t - \frac{z}{\upsilon_g})z \tag{3.1}$$

と表すことができる [34]．ただし，Ψ_0 は非線形光学効果がない時の位相とし，υ_g は群速度とする．この非線形光学効果により光強度 I に比例した位相変化がもともとの位相成分に加わることを自己位相変調という．式 (3.1) より求めた $\Psi(t,z)$ をもとに，$f(t,z)$ は $\omega_0/2pi$ を中心周波数だとすると，伝搬する光の瞬時周波数は

$$f(t,z) = \frac{1}{2\pi}\frac{d\Psi}{dt} = \frac{1}{2\pi}\left(\omega_0 - \frac{\omega_0 n_2 z}{c}\frac{d}{dt} I\left(t - \frac{z}{\upsilon_g}\right)\right) \tag{3.2}$$

と求まる．式 (3.2) を見ると，ある地点における瞬時周波数は電界強度 I の時間変化量 $\frac{dI}{dt}$ に比例していることが分かる．このことから，もし共振器内の電界強度 I がある時間帯において減衰し，時間変化量 $dI/dt < 0$ となった場合，共振器内部の電界及びドロップ側の出力電界の瞬時周波数は中心周波数より大きくなることがわかる．そこで時間変化量 dI/dt について詳しく考察してみた．以下に共振器内の電界強度 I とその時間変化量 dI/dt のグラフを載せる．

Fig.3.6 を見ると電界強度 I はパルス波形になっており，dI/dt は負の値をとることもわかる．これよりドロップ側の出力電界の瞬時周波数が中心周波数より大きくなるのは妥当な結果であると分かった．また時間変化量 dI/dt を時間積分してみると，$\int (dI/dt)dt = 0.028$ となった．この結果は，dI/dt は正の値を多くとることを指し，式 (3.2) より瞬時周波数は低周波数側に多くとることを示している．即ちスペクトルの成分は低周波数側に多く持ち，Fig.3.5 と断熱的波長変換の項で述べた結果と一致する．

最後に入力したパルス光の時間波形と，パルス光がフーリエ限界パルスである時ときのドロップ側の出力パルスの時間波形，そしてパルス光が最適な瞬時波長 (チャープ量) を持つときのドロップ側の出力パルスの時間波形をプロットした．最適チャープを持つ時間波形の方が明らかにパワーが大きいことが確認できる．

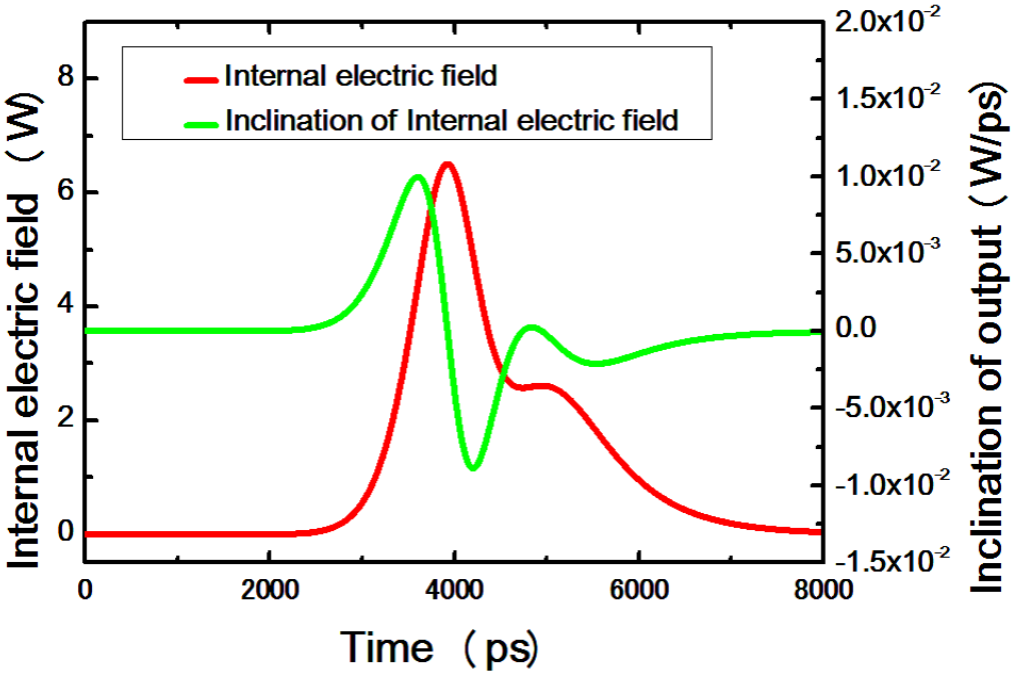

Fig. 3.6: The simulation comparison between Internal electric field and inclination of Internal electric field

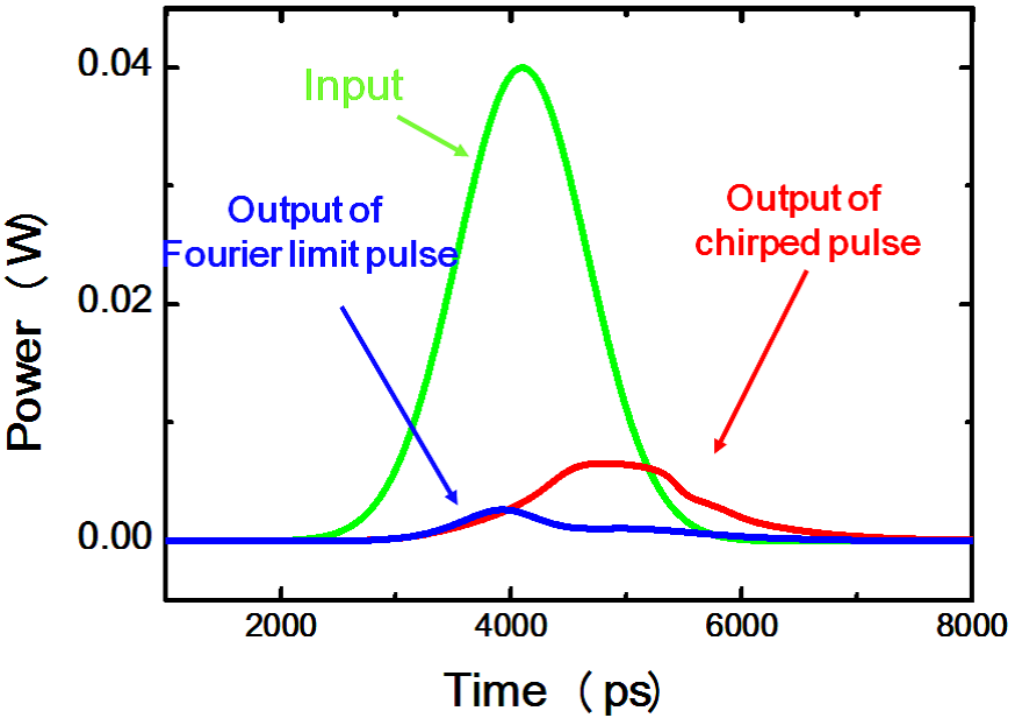

Fig. 3.7: The simulation comparison between Input light pulse (green), output of Fourier limit pulse (blue) and Output of chirped pulse (red).

4　スペクトル領域変調による最適パルス設計

4.1　最適な 2 次の周波数位相及び中心周波数に関する結果

前述のように，2 次の周波数位相および中心周波数を少しずつ変化させ，その時のドロップ側の出力 S_{out2} の状態を式 (2.28) で求めることを行った．以下にその計算結果を示す．なお用いた計算ツールは同じく Scilab 5.4.1 である．

なお，本研究で用いた系は前述と同じ Add-drop 系であり，用いた共振器を SiN リング共振器とし，屈折率 $n_0 = 1.98$，非線形屈折率 $n_2 = 2.5{\times}10^{-7}\mu\mathrm{m}^2/\mathrm{W}$，モード体積 $V = 72.8\ \mu\mathrm{m}^3$，光子寿命はそれぞれ $((1/\tau_{abs}) + (1/\tau_{loss}))^{-1} = 2460$ ps，$\tau_{coup1} = 1230$ ps，$\tau_{coup2} = 2460$ ps，リング半径 $R = 20\ \mu$m, Kerr 効果がない時の共振波長を $\lambda_{cavity} = 1545$ nm とした．

まず初めに，入力パルス光の中心周波数のスペクトルパワーを 15 W，スペクトルの半値全幅は 1.8 GHz で，入力エネルギーは 28.4 pJ とした時のパラメータで解析を行った．

以降プログラムで求めた 2 次の周波数位相と中心周波数が変化するごとの出力と入力の比を載せる．

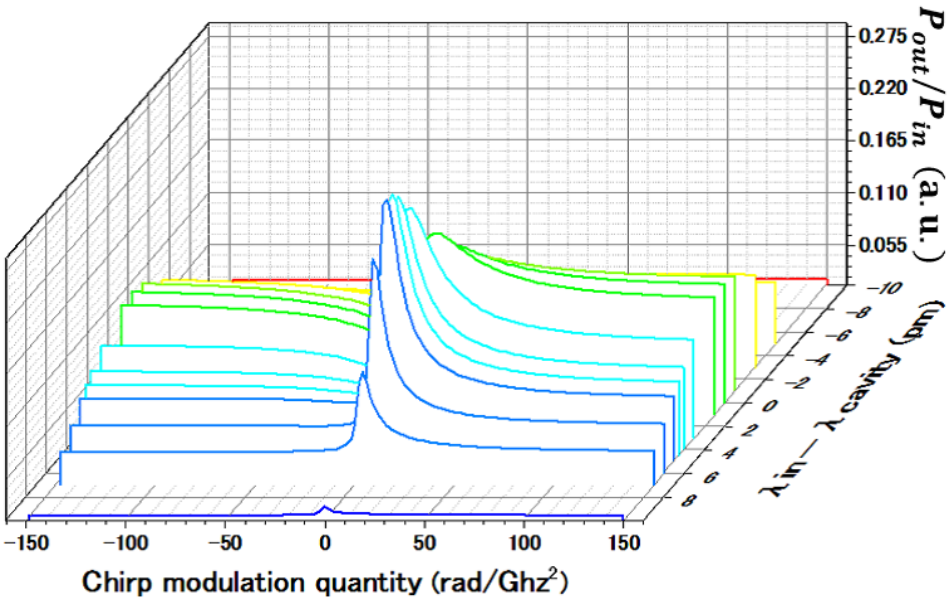

Fig. 4.1: The ratios of the input energy E_{in} to the output energy E_{out} with the same spectrum but different λ_{in0} and different chirp modulation (rad/Ghz^2).

Fig.4.1 は 2 次の周波数位相を-2 rad/GHz^2 ずつ-148∼150 rad/GHz^2 の範囲で変えた時の，各中心波長 (中心周波数) ごとの入力パワーとドロップ側の出力パワーの比を求めた．Fig.4.1 を見ると，最も出力が高くなっている頂点が見られる．この付近の中心周波数と 2 次の周波数位相において最も出力パワーが高くなることが分かる．

Fig.4.1 で 2 次の周波数位相と中心周波数の最適値が存在する事が分かった．次は Fig.4.1 を二次元グラフに表すことで更なる解析を試みた．

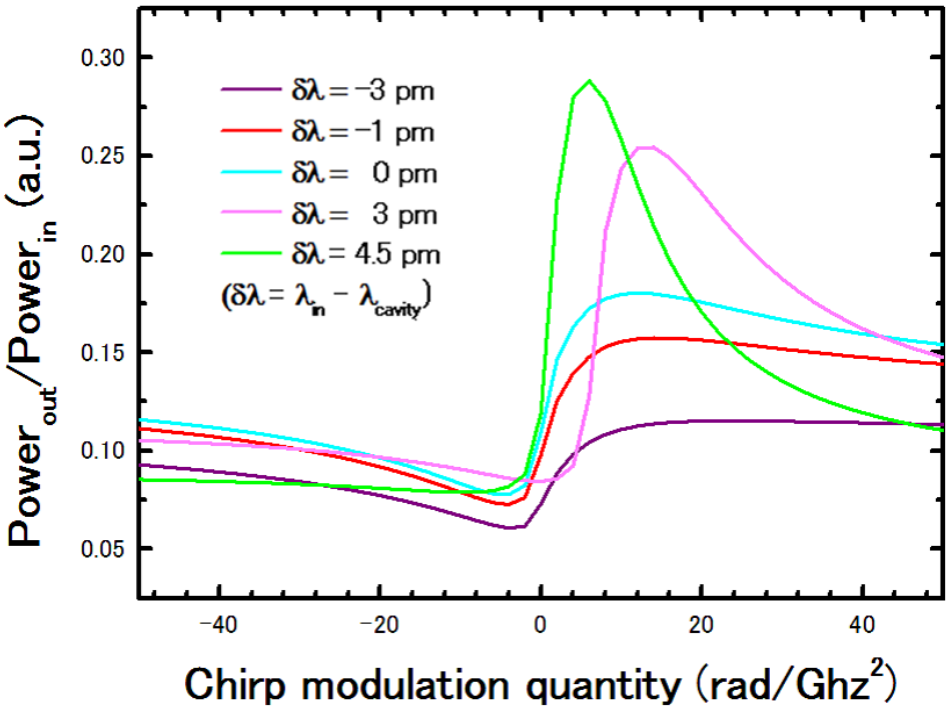

Fig. 4.2: Input versus output ratio for different input linear chirps and detunings with another angle.

Fig.4.2 を見ると，中心周波数 λ_{in0} と共振器に光が蓄えられてない時の共振波長 λ_{cavity} の差が 4.5 pm で，入力スペクトルの 2 次の周波数位相が 4.5 rad/GHz^2 付近で入力パワーに対して最も出力パワーの割合が大きくなり，28.4 %となった．$\lambda_{in0} = \lambda_{cavity}$ で，なおかつ周波数位相を持たない時のドロップ側の出力のパワーは入力パワーに対して 10 %であるので，およそ 2.8 倍のパワーを入力することができたことが明らかになった．

4.2 時間波形および瞬時波長と共振波長シフトの関係に関する考察

ここで $\delta\lambda = 4.5$ pm，周波数位相が 4.5 rad/GHz^2 である時の入出力の様子を解析してみる．

青色の点線が 2 次の周波数位相を持たない時の入力パルス光で，青色の実線がそのドロップ側の出力である．赤色の点線が周波数位相が 4.5 rad/GHz^2 を持つ入力パルス光で，青色の実線がそのドロップ側の出力である．なおそれぞれのパルスは共に $\delta\lambda = 4.5$ pm である．前述の通り，スペクトルが同じでも，2 次以上の周波数位相を持つ時の時間波形は周波数位相を持たない時の時間波形とは波形が異なる．Fig.4.3 を見ると 2 次の周波数位相を持つチャープパルス (赤点線) はフーリエ限界パルス (青

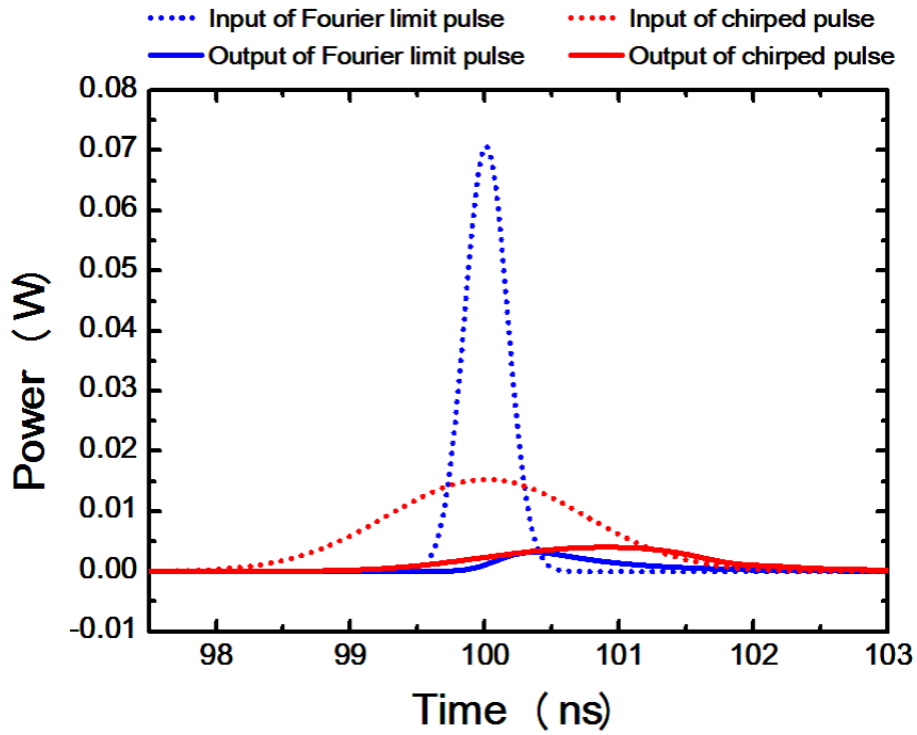

Fig. 4.3: Input versus output, which is Fourier limit pulse (4.5 rad/GHz^2, $\delta\lambda = 4.5$ pm), and Input versus output, which is chirped pulse (4.5 rad/GHz^2, $\delta\lambda = 4.5$ pm).

実数) と比べ，押しつぶされる形となった．前述のドロップ側へ出力されるパルス光の割合の違いはこの波形の違いにも影響される．Fig4.3 よりフーリエ限界パルスの半値全幅は 1 ns であるのに対し，チャープパルスの半値全幅は 2.5 ns ある．同じ共振器にそれぞれのパルス光を入れようとすると光子寿命の関係から，時間幅の狭いフーリエ限界パルスを入力する場合では共振器内に満足に光が入る前に共振器を通り過ぎてしまうためドロップ側の出力は小さいが，時間幅の広いチャープパルスを入力した場合共振器に光が入る時間が長いので多くの光を入れることができ，結果ドロップ側の出力は大きくなる．

計算シミュレーションから 2 次の周波数位相を大きくすれば大きくするほど，時間波形は上下に押しつぶされ，左右に広がっていくガウス型の波形になった．前述の考察のみをドロップ側の出力が大きくなる理由とすると，出力は 2 次の周波数位相が大きくなれば出力は大きくなければならないことになる．しかしながら，Fig.4.1 および Fig.4.2 を見る限り，そのような傾向はみられない．そのため，上記の考察のみを出力が大きくなった理由とすることはできない．

そこで，今度は出力が最も大きくなる時，すなわち 2 次の周波数位相が 4.5 radGHz^2 で $\delta\lambda = 4.5$ pm である時の入力パルスの瞬時波長と中心波長との差 $\delta\lambda_{in}(t)$ と Kerr 効果による共振波長シフト $\delta\lambda_{Kerr}(t)$ についての比較を行ってみた．赤線が瞬時波長 $\delta\lambda_{in}(t)$ であり，緑線が共振器の共振波長シフト $\delta\lambda_{Kerr}(t)$ である．なお，Fig.4.4 の右図は左図の拡大である．また，縦軸の値は共振器内に光が存在時の共振波長 1545 nm

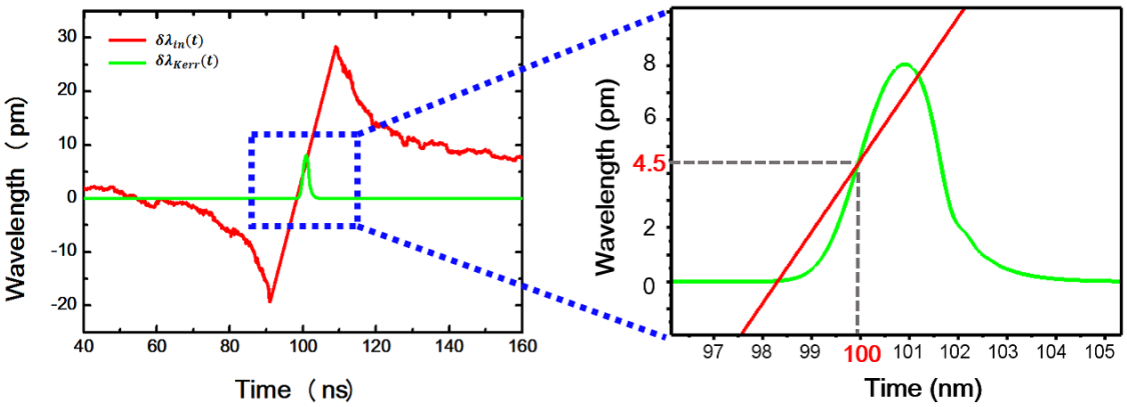

Fig. 4.4: Input wavelength shift $\delta\lambda_{in}(t)$ and cavity resonant wavelength shift $\delta\lambda_{Kerr}(t)$ (left). Enlarged view (right).In both of graphs, $\delta\lambda = 4.5$ pm and the center of input pulse is 100 ns. (We regard the numerical value of vertical axis as the difference with the cavity resonace wavelength (1545 nm))

との差を示している．

Fig.4.4 の左図についてまず説明する．この $\delta\lambda_{in}(t)$ は，用意した 2 次の周波数位相を持つガウス型のスペクトルを逆フーリエ変換し，得られた時間信号の実部と虚部を用いて位相を求めて瞬時波長を導出し，Kerr 効果の影響を受けない共振波長との差をとったものである．Fig.4.4 の左のグラフの左右では瞬時波長が不規則に振動を繰り返しているようにもノイズが乗っているようにも見えるが，これはその時間帯に信号が存在しないので実部と虚部により得られる位相がランダムな値となってしまうため，結果得られる $\delta\lambda_{in}(t)$ もランダムな値となってしまったからである．全くランダムな値にもかかわらず $\delta\lambda_{in}(t)$ が時間信号の存在しない範囲で連続しているように見えるのは，$\delta\lambda_{in}(t)$ 導出の過程でプログラム上の処理よりすべての位相が連続になるように位相接続と呼ばれる処理を行ったためである．以上のことから，時間信号が存在する範囲の時間帯 (90 ns∼110 ns) のみの値に留意すればよい．

ここで注目したいのは，100 ns の時 $\delta\lambda_{in}(t) = \delta\lambda_{Kerr}(t)$ となることである．Fig.4.3 を見ればわかるように，100 ns の時入力パルス光は最も強いパワーを持っていることが分かるが，この時に式 (2.33) を満たしているため，このチャープ量を持つパルス光は最も強いパワーを持つときに最も共振器内に入りやすいといえる．これは共振器内のパワーが大きくなる要因といえ，なぜ 2 次の周波数位相が 4.5 rad/GHz^2 となる時にドロップ側の出力が大きくなるのかという説明にもなるとともに，今後の最適な周波数位相を求める際の重要な指針になりうる．また，ある周波数位相を持つパルスを入力した時に，その位相量が最適であるかどうかを判断するためにパルスのドロップ側の出力の時間波形を全時間領域で求めるのではなく，パルスの中心までの時間領域まで計算し，中心波長と Kerr 効果によりシフトした共振波長が一致してるか否かのみを計算すればよいとなるため，計算資源の節約につながることが期待できる．

4.3　スペクトル解析

次にスペクトルの解析を行った．以下に各スペクトルを載せる．

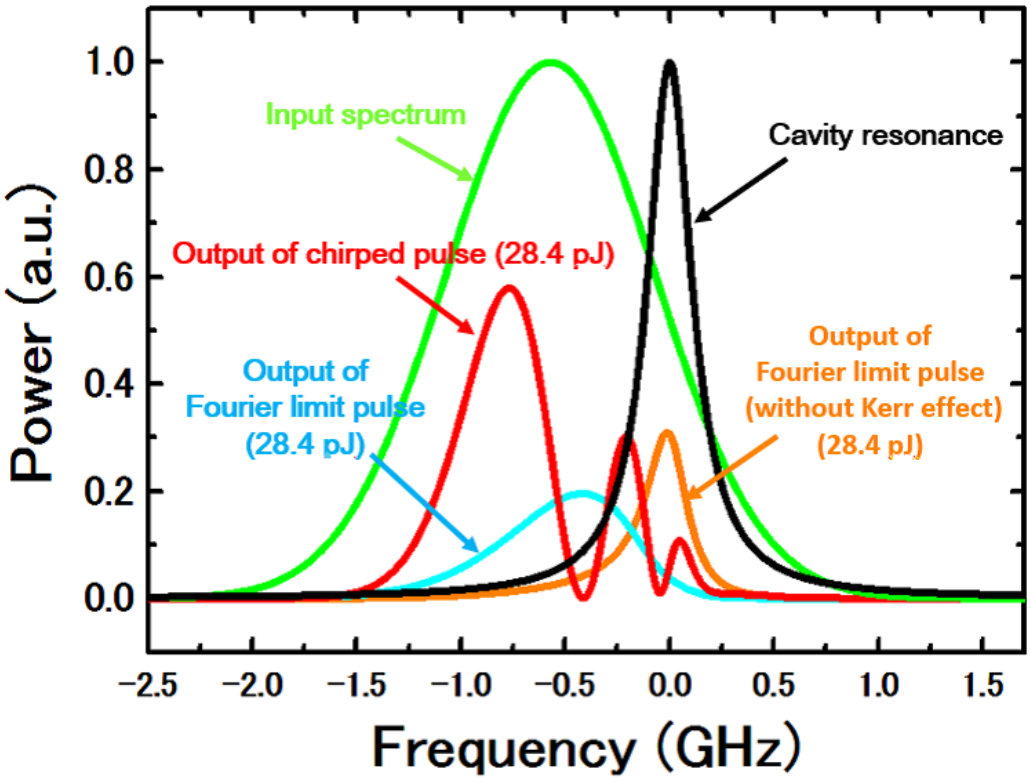

Fig. 4.5: This is the graph about each spectrum. Input spectrum (green). Output spectrum of a transform limited pulse when no Kerr effect is present (cold cavity) (orange). Output of a transform limited pulse when the input is 28.4 pJ and the Kerr effect occurs in the cavity (blue). Output of a chirped pulse when the input is 28.4 pJ and the Kerr effect is present (red). Transmittance spectrum of a cold cavity (black).

Fig.4.5 では入力したパルス光のスペクトルの絶対値 (緑線) と最適な 2 次の周波数位相 (4.5 rad/GHz^2) を持つパルス光のドロップ側の出力スペクトル (赤線) を載せた．それ以外に同じ Add-drop 系で同じスペクトル (緑線) を入力した時，周波数位相を持たないパルス光を入れた時のドロップ側の出力スペクトル (青色) と共振器に非線形光学が存在しない場合，すなわち Kerr 効果によって共振波長が変化しない場合のフーリエ限界パルスのドロップ側への出力スペクトル (橙色)，更に共振器の共振スペクトル (黒色) も同じグラフに載せた．共振スペクトルの中心 (共振周波数) を基準として考えたため，共振周波数を 0 とした．そのため，入力パルスの中心波長 λ_{in0} と共振波長 1545 nm の差 $\delta\lambda = 4.5$ nm であるので，入力スペクトルの中心は共振スペクトルの中心から-6 GHz 離れている．なお，縦軸は入力スペクトルと共振スペクトルの頂点のパワーで規格化したた．

まず Kerr 効果が存在しない場合のフーリエ限界パルスのドロップ側への出力スペ

クトル (橙色) について注目すると，0 GHz においてのパワーはおよそ 0.30 であり，入力のパワーは 0.56 であった．即ち周波数成分だけでいえば入力の 53 %がこの周波数で共振器を通りドロップ側に出力されるといえる．0 GHz は共振スペクトルの中心で最も光が入りやすい周波数成分であり，Kerr 効果による共振条件の時間変化も考慮しない結果であるため，この 53 %という値はフーリエ限界パルスがドロップ側へ出力できる最大の割合であると言える．

この点に留意して Kerr 効果がある時のフーリエ限界パルスを入れた時のドロップ側の出力スペクトル (青色) と 2 次の周波数位相が 4.5 rad/GHz^2 の時のパルス光のドロップ側の出力スペクトル (赤線) について考察する．

まずは Kerr 効果がある時のフーリエ限界パルスを入れた時のドロップ側の出力スペクトル (青色) について考察する．Kerr 効果が存在するとき，前述の通り共振器の内部エネルギーの増加にしたがって屈折率は大きくなるため共振条件は変化する．その為共振周波数は低周波数側にシフトする．これは共振スペクトル全体が内部エネルギーが大きくなるにつれ低周波数側へシフトしていると言える．実際 Kerr 効果を考慮した時，フーリエ限界パルスを入れた時のドロップ側の出力スペクトルの 0 GHz の周波数成分は 0.05 しかないため，周波数成分でいえば入力の 9 %しか入力はドロップ側に透過してないことになる．これは前述の 53 %に比べると著しく低い値であるが，Kerr 効果によりスペクトルがシフトした結果であると説明できる．そして共振スペクトルがシフトした結果，元々の共振スペクトルの中心である 0 GHz ではなく-0.4 GHz にドロップ側の出力スペクトルの頂点がくるのも同様の理由である．しかしながら青線のスペクトルの頂点を見ると，パワーは 0.2 GHz であり，同じ-0.4 GHz での入力スペクトルのパワー 0.95 の内 21 %しかドロップ側に透過できてないことが分かる．先ほどの 53 %の 4 割しかならない結果となった．これは共振スペクトルが時間ごとに Kerr 効果による影響で常に移動してるため，入力スペクトルの各成分が安定して共振器内に入ることができないからだと思われる．

次に 2 次の周波数位相が 4.5 rad/GHz^2 の時のパルス光のドロップ側の出力スペクトル (赤線) について考察する．まず注目したいのは-7.5 GHz の時のスペクトルの頂点である．このパワーは 0.59 であり，同じ-7.5 GHz の時の入力スペクトルのパワーが 0.95 であるので，周波数成分でいえば入力の 62 %もドロップ側に出力されているといえる．共振スペクトルが Kerr 効果によりシフトしているにもかかわらず，フーリエ限界パルスの出力スペクトルのパワーより高い理由は Fig4.4 を用いて説明できる．なお，スペクトルの時間シフトを説明するために短時間フーリエ変換 (STFT) を用いて解析するのが最適であるが，今回は特にスペクトルの中心周波数または中心波長に注目したいため，今回は省く．Fig.4.4 を見ると，入力パルスのパワーが比較的大きい 98.5 ns から 101.5 ns の間で入力の瞬時波長と本来の共振波長との差と Kerr 効果による共振波長シフトが比較的に小さいことが分かる．これは入力したパルスの波長が共振器の波長シフトに追従しているため安定しているといえる．そのためにフーリエ限界パルスを入力した時よりも多くのパワーを共振器内に格納でき，結果ドロップ側の出力は大きくなったと説明できる．

しかしながら-7.5 GHz におけるドロップ側の出力スペクトルのパワーは入力スペクトルのパワーの 62 %であるので，これは Kerr 効果が存在しないかつ共振スペクトルの中心 0 GHz における周波数成分の割合である 53 %より高い値であることが分かる．もし入力したパルス光の瞬時周波数変化が共振スペクトルを完全に追従していたとしても，出力のスペクトルのパワーは最大でも前述の通り入力の 53 %にとどまるはずである．その為なにかの要因で入力の 53 %に加えて更に別のパワーがその周波数成分に足し合わせた結果，入力の 63 %となったと考えられる．この要因として断熱的波長変換が挙げられる．

この現象の説明の通りであるが，断熱的波長変換が要因として考えらえる理由としてドロップ側の出力スペクトルの波形から説明できる．Fig.4.5 よりチャープを持ったパルスのドロップ側の出力はところどころ窪みがある波形となっている．しかし一方でチャープ量を持たない時の出力スペクトルは窪みを持たない波形となっているため，本来であればチャープを持ったパルス光の出力スペクトルも窪みを持っていないと思われる．そこで，この窪みとなる部分がスペクトルの凸の部分に乗ったため，63 %の割合で入力が出力されたと考えられる．またこの現象は-7.5 GHz におけるスペクトルの凸部分だけでなく，-2.5 GHz のスペクトルの凸部分にもあてはめられる．この現象が生じる理由は出力スペクトルが凹部分となっているのはそれぞれ-0.4 GHz 及び-0.1 GHz の地点となっているが，この周波数ではそれぞれフーリエ限界パルスを入力した時のドロップ側の出力スペクトルの最大値をとる周波数と共振スペクトルの中心周波数付近であることから説明できる．

まず-0.4 GHz における時の凹部分について説明する．-0.4 GHz の時，青線よりフーリエ限界パルスを入力した時に最も強く出力される周波数成分であると分かるが，式 (2.34) より共振器の内部エネルギーもこの周波数成分が最大であるといえる．その為，最適な 2 次の周波数位相を持つパルスを共振器を入力した時，本来であれば共振器内部の-0.4 GHz の周波数成分のパワーは非常に安定していると言える．しかしながら共振器内のエネルギーの高まりは Kerr 効果による大きい屈折率変化を引き起こし，波長は長波長側へシフトされる．結果，共振器内部の-0.4 GHz の周波数成分は断熱的波長変換により低周波数側にシフトしたと考えることができる．

同様に-0.1 GHz 地点におけるスペクトルの凹部分についても同じ説明ができる．共振スペクトルの中心は 0 GHz としたが，Kerr 効果を考慮した結果，共振スペクトルは少し低周波数にシフトしたと考えればやはり本来ならば-0.1 GHz におけるスペクトルの周波数成分は大きいと考えられる．そのため-0.1 GHz における周波数成分は断熱的波長変換により低周波数側へシフトした．

以上のことから共振器内部で周波数成分ごとに断熱的波長変換が生じたため，特定の周波数成分が低周波数側にシフトしたため小さくなり，凹凸が出来上がったと考えられる．本来であれば断熱的波長変換はすべての周波数成分で起こるが，チャープにより共振器内にフーリエ限界パルス以上の光が強く入ると，特定の周波数成分で上記の現象が引き起こされると思われる．その為，少なくともガウス型のスペクトルで最適な 2 次の周波数位相を求める場合，Fig.4.5 のようにフーリエ限界パルス

のドロップ側出力スペクトルと共振スペクトルの頂点の周波数において，チャープパルスの出力スペクトルが凹となる時が最適なチャープであると考えられる．これは今後の最適な周波数位相を求める際の重要な指針となりうる．

5　結論

本研究の目的のとしては広帯域のパルスを共振器内に格納できるようにすることである．その為，チャープパルスを用いて広帯域のパルスを共振器内に格納できるように試みた．チャープ量をいろいろ変えたチャープパルスを入力した時，どれくらいの帯域のパルスを共振器内に格納できたかを確認するために Add-drop 系を用いて解析を行った．

5.1　ガウス型時間波形における最適チャープ量の導出

まずあるガウス型の時間波形においての最も広帯域なパルスを格納できるような最適チャープ量，すなわち最適瞬時波長変化を考えた．

最適なチャープ量を持つ時において，Kerr 効果により変化する共振波長と入力の瞬時波長は一致するため，この条件を用いて最適瞬時波長変化を考えた．共振器へパルスを入力して共振波長シフトを導出した後，共振波長シフトと同じ位相変化を持つ入パルスを再度共振器に入れる一連の計算を繰り返すことで最適な瞬時波長を求めることを試みた．上記の最適アルゴリズムを持つプログラムを作成し計算シミュレーションを行った結果，共振波長と入力波長が一致するという最適条件を満たす入力パルスを求めることができた．そしてドロップ側の出力パワーおよびスペクトルを求めた結果，フーリエ限界パルスよりも著しく高いパワーと広い帯域であることが分かった．

以上のことを踏まえ，ガウス型時間波形における最適チャープ量の導出することに成功した．

5.2　ガウス型スペクトルにおける最適チャープ量の導出

次にガウス型のスペクトルにおける最適チャープ量の導出を試みた．

しかしながら，Kerr 効果により変化する共振波長と入力の瞬時波長が一致する条件は時間領域における条件であるため，最適な周波数位相に関するチャープ量の導出の際に利用することは困難である．そこで本研究ではまず線形に瞬時周波数が変化する最も単純な 2 次の周波数位相と，入力パルスの中心周波数 (中心波長) を変化させることで，基本的なチャープの最適値から最適なチャープの導出の手がかりを求めることとした．

2 次の周波数位相および中心波長を変えたところ，ドロップ側の出力パワーが最大となるパラメータが見つかったため，このパラメータを持つ時の様子を解析することにした．その結果，分かったことの一つ目として，中心波長と Kerr 効果によりシフトした共振波長が一致することがわかった．これは入力パルスのパワーが最も大きい時に最も共振器内に入りやすいことを示しており，最適チャープ量の導出の指針につながることが期待できる．また最適な周波数位相か否かを判断する方法を簡略化したことにより，計算資源の節約につながることが出来た．

またスペクトル解析を行った結果，断熱的波長変換によるスペクトルの変異が見受けられた．このスペクトルの特徴を元に，最適な周波数位相を求めることができる事が期待できる．

以上の本研究で得られた成果をもとに，今後最適な周波数位相を求めて行くことを今後の課題としていきたい．

参考文献

[1] 経済産業省，グリーンIT推進協議会試算 (2008).

[2] U.S Energy Information Administration，"International Energy Outlook 2013"，DOE/EIA-0484， 13 (2013).

[3] 國分泰雄， 光波光学， (協立出版， 2007).

[4] Q. Xu, D. Fattal, and R. G. Beausoleil, "Silicon microring resonators with 1.5-μm radius," Opt. Express. 16, 4309 (2008).

[5] O. Painter, R. K. Lee, A. Scherer, A. Yariv, J. D. O'Brien, P. D. Dapkus, and I. Kim, "Two-dimensional photonic band-gap defect mode laser," Science 284, 1819-1821 (1999).

[6] M. Notomi, A. Shinya, K. Nozaki, T. Tanabe, S. Matsuo, E. Ku-ramochi, T. Sato, H. Taniyama, and H. Sumikura, "Low-power nanophotonic devices based on photonic crystals towards dense photonic network on chip," IET Circuits Devices Syst. 5, 84-93 (2011)

[7] 加藤拓巳, "シリカトロイド微小光共振器の多角形状化の提案とその作製に関する研究," 学士論文， 慶應義塾大学, (2012)

[8] S. Blair, and Y. Chen, "Resonant-enhanced evanescent-wave fluorescence biosensing with cylindrical optical cavities," Applied Optics, Vol.40, No.4, 571-582 (2008).

[9] F. Vollmer, and S. Arnold, "Whispering-gallery-mode biosensing: label-free detection down to single molecules," Nature Method, 5, 591-596 (2008).

[10] T. Udem, R. Holzwarth, and T. W. H¨ ansch, "Optical frequency metrology," Nature 416, 233-237 (2002).

[11] Masao Takamoto, Feng-Lei Hong, Ryoichi Higashi and Hidetoshi Katori, "An optical lattice clock," Nature 435, 321-324 (2005).

[12] D. K. Armani, T. J. Kippenberg, S. M. Spillane, and K. J. Vahala, "Ultra-high-Q toroid microcavity on a chip," Nature 421, 925-928 (2003).

[13] P. Del'Haye, A. Schliesser, O. Arcizet, T. Wilken, R. Holzwarth, and T. J. Kippenberg, "Optical frequency comb generation from a monolithic microresonator," Nature 450, 1214-1217 (2007).

[14] T. J. Kippenberg, R. Holzwarth, and S. A. Diddams, "Microresonator-Based Optical Frequency Combs," Science 332, 555-559 (2011).

[15] T. J.B. Lee, A. Biberman, J. Chan, and K. Bergman, "High-performance modulators and switches for silicon photonic networks-on-chip," IEEE J. Quantum Electron. 16, 6-22 (2010).

[16] Takasumi Tanabe, Masaya Notomi, Eiichi Kuramochi, Akihiko Shinya and Hideaki Taniyama, "Trapping and delaying photons for one nanosecond in an ultrasmall high-Q photonic-crystal nanocavity," Nature Photonics, 1, 49-52 (2007)

[17] V. Van, T. A. Ibrahim, P. P. Absil, F. G. Johnson, R. Grover and P.-T. Ho, "Optical Signal Processing Using Nonlinear Semiconductor Microring Resonators," IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, 8, 705-713 (2002)

[18] T. A. Ibrahim, R. Grover, LC. Kuo, S. Kanakaraju, LC. Calhoun, P.-T. Ho, IEEE Photonics Technology Letters, 15, 1422-1424 (2002)

[19] 松岡正浩，"量子光学" (裳華房， 2000).

[20] Y. Tanaka, J. Upham, T. Nagashima, T. Sugiya, T. Asano, S. Noda, "Dynamic control of the Q factor in a photonic crystal nanocavity，" Nature Materials, 6, 862-865 (2007)

[21] Takasumi Tanabe, Masaya Notomi, Hideaki Taniyama, and Eiichi Kuramochi, "Dynamic release of trapped light from an ultrahigh-Q nanocavity via adiabatic frequency tuning," Physical Review Letters, 102, 043907 (2009)

[22] Robert W. Boyd, "Nonlinear Optics, Third Edition," Academic Press, 241-242 (2008)

[23] J*é*r*é*my Oden, St*é*phane Trebaol, Philippe Delaye and Nicolas Dubreuil, "Coherent excitation of a nonlinear microcavity," Journal of the European Optical Society-Rapid Publications, 8, 13046 (2008)

[24] 住友大阪セメント株式会社,「LN 変調器について」,
http : *//www.socnb.com/product/hproduct/ln*$_a$*ppnote*01.*html*,
(2014 年 1 月現在)

[25] D. A. B. Miller er al., "Electeric field dependence of optical absorption near the band gap of quantum-well structures," Phys. Rev. B, 32, 1043-1060 (1985)

[26] 大江英輝, "MOVPE 成長した InGaAlAs 多重量子井戸における逆バイアス時の位相変調特性測定とキャリア空乏効果の解析," 修士論文， 東京大学 (2007)

[27] 國分泰雄， "光波光学" (協立出版， 2007).

[28] 東海光学株式会社,「製品情報-チャープミラー Chirped Mirror」,
$http://tokaioptical.com/product/product04.php$,
(2014 年 1 月現在)

[29] THORLABS,「Products Homes-光学素子-プリズム-超短パルスレーザ用分散補償プリズムペア」,
$http://www.thorlabs.co.jp/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id = 3242$,
(2014 年 1 月現在)

[30] H. A. Haus, $WavesandFieldsinOptoelectronics$, (Prentice Hall, 1984).

[31] C. Manolatou, M. Khan, S. Fan, P. Villeneuve, H. Haus, and J. Joannopoulos, "Coupling of modes analysis of resonant channel add-drop filters," IEEE J. Quantum Electron. 35, 1322-1331 (1999).

[32] A. Yariv, $OpticalElectronicsinModernCommunications$, (Oxford University, 1997).

[33] M. Notomi* and S. Mitsugi, "Wavelength conversion via dynamic refractive index tuning of a cavity," Physical Review Letters, 102, 043907 (2009).

[34] 黒田 和男, "非線形光学効果を用いた超短パルス光の波長変換, " 東京大学生産技術研究所.