目 次

第 I 部　序論 **3**

1　はじめに **3**

2　微小光共振器 **4**
2.1　微小光共振器とは 4
2.2　光微小共振器の性能 4
2.3　光微小共振器における Q 値 5
2.4　結晶材料を用いた共振器 6
2.5　結晶材料を用いた共振器の応用例 7

3　結晶共振器の作製方法 **8**
3.1　結晶成長方法による共振器の作製 8
3.2　研磨加工 10
3.3　切削加工 12

4　光周波数コムと光 Kerr コム **13**
4.1　光周波数コムとは 13
4.2　光 Kerr コムとは 13

5　本研究の目的 **14**

第 II 部　結晶材料を用いた共振器の作製と評価 **16**

1　理論 **16**
1.1　表面粗さ 16
1.2　Q 値測定 17
1.3　非線形光学効果 17
1.4　光 Kerr 効果 18
1.5　四光波混合 18
1.6　光 Kerr コム 19

2　実験方法 **21**
2.1　共振器の作製方法 21
2.1.1　切削加工 21
2.1.2　研磨加工 23
2.2　表面粗さ測定 24
2.3　Q 値測定 24

3　結晶材料を用いた微小光共振器の評価 **25**
3.1　共振器の作製 25
3.2　共振器の Q 値 25

4　検討 **26**
4.1　共振器の表面粗さ 26
4.2　共振部分の角度と Q 値 27
4.3　共振器の多結晶層 28

第 III 部　結晶材料を用いた共振器の分散設計 **33**

1　理論 **33**
1.1　分散 33
1.1.1　共振器における分散 35
1.1.2　材料分散 36
1.1.3　構造分散 37
1.1.4　共振器全体の分散 38
1.2　光学材料中のパルスの伝搬 39
1.3　微小光共振器における伝搬方程式 40

2　計算方法 **41**
2.1　分散の計算方法 41

3　共振器の分散設計 **41**
3.1　共振器の設計指針 41
3.2　共振器の形状ごとの分散 42
3.3　ゴブレット構造 43
3.4　作製難易度に着目した構造における分散制御 45
3.5　分散設計された共振器の光 Kerr コム計算 45

第 IV 部　分散設計した共振器の作製と評価 **47**

1　実験方法 **47**
1.1　共振器作製方法 47
1.2　分散測定方法 47

2　設計した共振器の作製と評価 **50**
2.1　共振器の作製 50
2.1.1　ゴブレット構造の作製 50
2.1.2　作製難易度を考慮した共振器の作製 50
2.2　共振器の分散測定 51
2.2.1　分散制御を行っていない共振器の分散測定 51
2.2.2　分散制御を行った共振器の分散測定 54
2.3　光 Kerr コムの検討 55

第 V 部　結論 **57**

1　結論 **57**
1.1　結晶材料を用いた共振器の作製と評価 57
1.2　分散設計した共振器の作製と評価 57

第 I 部
序論

1　はじめに

人口増加，発展途上国の経済成長，情報化社会などが問題となり，世界のエネルギー消費量は今後ますます増加すると見込まれている．世界のエネルギーの埋蔵量には限りがあり，持続可能な開発を実現するためには省エネルギー対策が重要である．そして近年情報化社会に伴う通信インフラでの消費電力が注目されだした．1970 年代に携帯電話が登場し初めは通話機能のみであったが，メール機能が追加され近年ではインターネットも使用できるようになって来ている．それに伴い通信技術も進歩し，今では LTE という高速かつ大容量の通信ができるようになった．またインターネット環境も世界的に普及し，グローバル化も伴って世界的な規模での情報交換が日々行われている．つまり通信量は指数関数的に増加しており、それに伴い消費エネルギーも増加していることから，情報通信における消費電力は将来的に世界の消費電力の 10 %に達すると試算されている．
解決策として低消費電力なデバイスの開発がされてきたが，近年は電気による信号処理を光に置き換える光回路が注目されている．いくら低消費電力とはいえ電気回路にはの関係から電気抵抗がある限りジュール熱が発生し，エネルギーのロスが生じてしまう．それに対し，光による信号処理では光の伝搬における熱エネルギーのロスは発生せず，理想的には消費電力ゼロという究極的な省エネを実現できる可能性がある．しかし光の速度はで光速と呼ばれるほど早く，高速通信のメリットがあるが，速過ぎて処理できないというデメリットもある．そこで光共振器というものが研究されており，光共振器に光を閉じ込めることで，光の制御を目指している．そして，光共振器にはセンシングなどの応用も期待されていることから，本研究が様々な分野に続く一歩となることを期待したい．

2　微小光共振器

2.1　微小光共振器とは

光共振器とは特的の周波数の光のみを一定時間閉じ込めることができる素子のことをいい，特に共振器自身のサイズが微小なものを微小光共振器という[1]．微小光共振器と光共振器においては明確なサイズの閾値は無いが，一般的に数 mm 程度までなら微小光共振器とみなされている．

光を閉じ込めておける構造は大きく 3 つ存在する．1 つ目は 2 枚の鏡が向かい合う構造で，2 枚の鏡に光を反射させ続けることで閉じ込めている．このような構造の光共振器をファブリーペロー型共振器と呼び[2]，微小光共振器の中で最も知られている．2 つ目はリング型の構造で光の経路を円形にしている．光共振器内に入射した光が境界面で全反射を繰り返すことによって，共振器内にループさせ，閉じ込めている．このような構造の光共振器をリング型共振器と呼び[3]，本研究ではこの構造の共振器を使用している．3 つ目は基板上に周期的に穴を開ける構造で，入射した光の波長と周期的にある穴がブラック反射の条件を満たすことで，光が漏れることがなく，閉じ込めている．このような構造の共振器をフォトニック結晶共振器と呼んでいる[4]．そして，このように光の閉じ込め方法によってこれらの 3 つの構造はファブリペロー型，WGM（ウィスパリングギャラリーモード）型[5]，フォトニック結晶型の 3 つの種類に分類できる．

Fig. 1: Illustraion of a Fabry-Perot resonator(left) and a ring resonator(right).

2.2　光微小共振器の性能

微小光共振器の性能は Q 値 (Quality factor) と光のモード体積 V が指標となっている．

Q 値は「光をどれだけ長い時間光を閉じ込めることができるか」を評価する指標となっている．Q 値が大きい程，長時間光を閉じ込めることができ，光と物質の相互作用が生じる時間もまた増加する．前節で説明したファブリペロー型共振器と WGM 型共振器においては，光を反射させることで共振器内に閉じ込めており，反射率が 100 %という理想的な状態であれば無限に光を反射させ閉じ込め続けることができるかのように思える．しかし実際は反射表面の粗さによって散乱が生じ，100 %の反射率は実現できない他，材料中を光が透過する際にも材料吸収によって損失が生じている．そこでどれだけ光を閉じ込め続けるかの指標として Q 値が評価されている．

モード体積Vは「光をどれだけ小さい空間に閉じ込めることができるか」を評価する指標となっている[6]．閉じ込める体積が小さい程，光の単位体積当たりのエネルギーが大きくなり，光と物質の相互作用が生じ易い．また，共振器自体のサイズも小さくなれば集積化が可能となり，光回路の実現にも繋がる．Q 値とモード体積Vについて述べたが，共振器の種類においてどのような Q 値とモード体積Vが実現されいるかをFig. 2にまとめる．

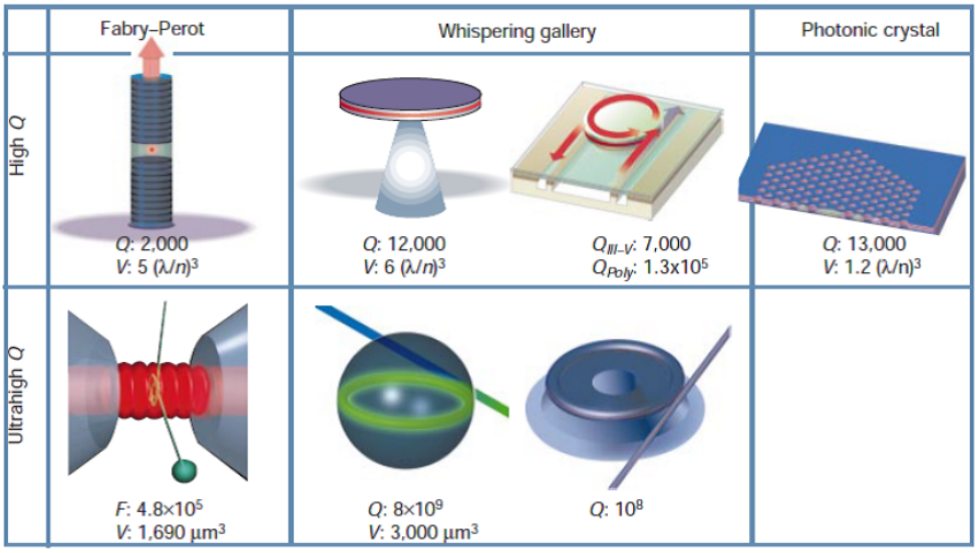


Fig. 2: Performance of sevral microcavities.The microcavities are organized by column according to the confinement method used and by row according to high Q and ultrahigh Q [K. J. Vahala, “Optical microcavities,” Nature, 424, 839-846 (2003).].

2.3 光微小共振器における Q 値

前節で述べたが光を閉じ込める性能を表す指標となる数値のことを Q 値と呼んでいる．この Q 値の定義式は

$$Q = \omega \frac{E}{P_{\mathrm{out}}} \tag{1}$$

であり，ω 及び E，P_{out} はそれぞれ共振角周波数と共振器内に閉じ込められるエネルギーと共振器から散逸するパワーを表す．直観的には共振器中に蓄えられているエネルギーが大きく，単位時間あたりに散逸するパワーが小さければ，共振器内に大部分が閉じ込められていることになるが，この式においてもこの条件が満たされるほど Q 値が大きくなり，Q 値が大きいほど高性能という原理を満たしていることがわかる．また Q 値は

$$Q = \omega\tau \tag{2}$$

のように表すことができる．ここで τ は光子寿命を表し，共振器内の光エネルギーが $\frac{1}{e}$ 倍になるまでの時間を表している．光子寿命が長いほど光を閉じ込めておけることになるので，この式においてもこの条件が満たされるほど Q 値が大きくなり，先ほどと同様に原理を満たしていることがわかる．

2.4　結晶材料を用いた共振器

これまでに Q 値について述べてきたが，もう少し詳しく説明したい．Q 値は式 1 の示す通り，エネルギーの損失から求められると説明したが，エネルギーの損失にはもちろん反射表面の粗さによる散乱や導波路との結合によるものなど様々な要因が存在している．しかし実際に Q 値に影響を与えるエネルギーの損失は 1 つの要因によって決まる．これは Q 値が以下のように求められることが要因となっている．

$$Q_{tot} = (Q_{\mathrm{scat}}^{-1} + Q_{\mathrm{abs}}^{-1} + Q_{\mathrm{coup}}^{-1} + Q_{\mathrm{etc}}^{-1})^{-1} \tag{3}$$

この式が示すように Q 値には散乱によって生じる損失における Q 値[8] や，導波路との結合によって生じる損失における Q 値[9] などがあるが，式の形が示すように共振器全体の Q 値は各 Q 値における最低値が支配的となる．つまり最も損失が生じる要因が最も低い Q 値を示し，共振器全体の Q 値を決定している．

ここで理想的な構造を有する共振器について考えたい．表面が非常に滑らかで散乱が生じず，構造にも問題なく全ての光を閉じ込められる構造の共振器ができたとき，Q 値はどうなるのか．理想的な構造を有するため，散乱損失による Q 値も結合損失による Q 値も高くすることができ，共振器全体の Q 値も非常に高くなると思われる．しかし材料を用いて作製している以上，材料吸収による損失を無くすことはできない．先ほど説明したように共振器の Q 値は最も低い Q 値によって決められるので，材料吸収によって生じる損失による Q 値の向上ができない以上，共振器全体の Q 値は材料吸収による損失によって決定される．つまり理論的な最高 Q 値は共振器を作製する材料によって決定される．

材料吸収によって生じる損失から求められる Q 値を材料ごとにまとめ，Fig. 3 に示す．Fig. 3 が示す通り材料吸収によって生じる損失から求められる Q 値は CaF_2 が最高値となっており，先ほど述べたこととまとめると CaF_2 を用いた共振器が理論的に最高 Q 値を実現できることがわかる．材料吸収による Q 値が高い CaF_2 や BaF_2 などの材料は共振器でよく研究されているシリカと材料的に違う点がある．それはシリカがアモルファスな結晶構造であることに対し，CaF_2 や BaF_2 が結晶性を持つ結晶材料であることである．つまり理論的には結晶材料を用いた共振器が最高 Q 値を実現できる．CaF_2 とシリカを用いて作製された共振器とそれぞれ Fig.4 に示す．この 2 つの共振器の Q 値はそれぞれ $Q = 2 \times 10^{10}$，$Q = 4 \times 10^{8}$ となっており実験的にも結晶材料を用いたもの，特に CaF_2 を用いて作製した共振器が最高 Q となっている[10] [11]．

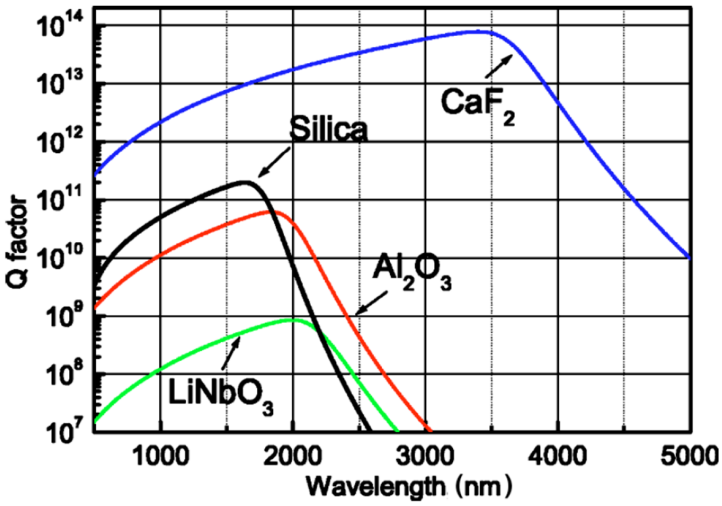


Fig. 3: Projected imitation of the Q factor for the WGM microcavity by bulk material attenation.

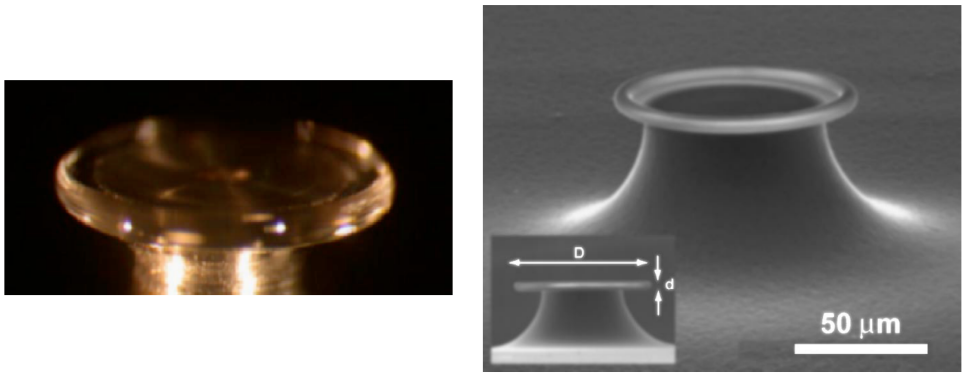


Fig. 4: Calcium fluoride microresonator 20 mm in diameter, $Q = 2 \times 10^{10}$(left) (A. A. Savchenkov, V. S. Ilchenko, A. B. Matsko, and L. Maleki, Phys. Rev. A **70**, 051804(R)(2004).) and toroidal microresonator $Q = 4 \times 10^{8}$(right). (T. Kippenberg, S.Spillane, and K. Vahala, "Demonstration of ultra-high-Q small mode volume toroid microcavities on a chip," Applied Physics Letters. **85**, 6113-6115 (2004).)

2.5 結晶材料を用いた共振器の応用例

結晶材料を用いて作製された共振器は高 Q 値であるため，Fig. 5 のようにフィルターとして使用される．具体的には Fig. 5(b) の狭線幅レーザーが挙げられる．

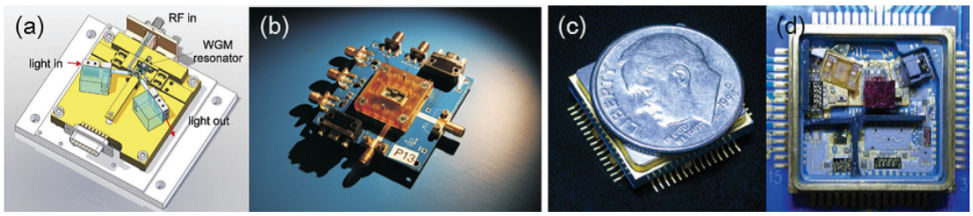


Fig. 5: (a) Schematic illustration of an early optoelectronic wave prototype of an injection-locked, distributed feedback laser-based narrowband photonic receiver. (b) Packaged optoelectronic wave, Ka-band photonic receiver prototype on an RF test board.(V. Ilchenko, A. Savchenkov, A. Matsko, D. Seidel, and L. Maleki, "Crystalline resonators add properties to photonic devices," SPIE Newsroom. DOI: 10.1117/2.1201002.002536(2010)). (c), (d) A micro-opto-electronic oscillator utilizing high-Q WGMRs made from an electro-optic material can provide high performance in a package. L. Maleki, "The optoelectronic oscillator," Nature Photon. **5**, 728 (2011).

また光周波数コムの発生にも応用できると考えられている．光周波数コムの発生には従来 Ti-Sapphire レーザーなどが用いられており非常に大型な装置となっていた．しかしながら，CaF_2 を用いて作製した微小光共振器は高 Q 値と低モード体積 V を有しており，第 3 次の非線形光学効果である四光波混合を引き起こすことが可能であるため，微小で安価な光周波数コムの光源として期待されている．しかしこのような高 Q 値な共振器を作製できる結晶材料にも課題がある．Fig.6 の共振器では結晶材料が用いられているが Q 値は 10^8 となっており [12]，シリカのトロイド共振器に劣っている．この共振器は直径が 80 μm と先ほどの結晶材料を用いた共振器に比べ非常に小さい．つまり課題とは結晶材料を用いると小さく作製することができないことである．これは結晶材料がその結晶性から結晶表面が脆弱であることが影響しており，加工が難しいことが要因となっているからである [10]．

通常結晶材料を用いた共振器は研磨や旋削によって作製されるが，これらの加工方法の発展，または新たな加工方法の開発が結晶材料を用いた共振器の微小化に求められている．

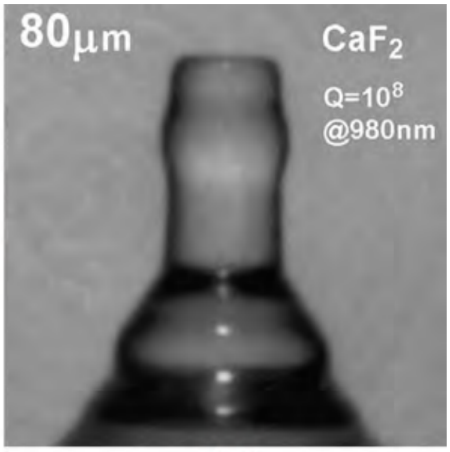


Fig. 6: microscope of Calcium fluoride microresonator (I. S. Grudinin, A. B. Matsko, A. A. Savchenkov, D. Strekalov, V. S. Ilchenko, and L. Maleki, "Ultra hight Q crystalline microcavities," Optics Communication 265, 33 (2006).)

3 結晶共振器の作製方法

結晶材料を用いた共振器の作製方法は大きく2つある．1つ目は機械加工によって結晶材料を共振器の形状に整える方法，2つ目はシリカトロイド共振器のように結晶材料を融解させ，再結晶時に共振器の形状に整える結晶成長方法である．機械加工による作製では最終工程に研磨加工を行うことで表面粗さ RMS を 1 nm 以下にすることができ，表面散乱の損失による Q 値を非常に高くできるメリットがある．しかしながら，前述した様に結晶材料は非常に脆弱なであるため，物理的な衝撃に弱く，微小な共振器の作製は困難であり，作製できたとしても大きなサイズの共振器と比較して低 Q 値となってしまう．それに対して結晶成長方法は物理的な衝撃が無いため，微小な共振器が作製されている．しかしながら，結晶材料は結晶成長において結晶性の影響を受けて再結晶されるため，円形の形状にならず，高 Q 値な共振器の作製は実現されていない．

3.1 結晶成長方法による共振器の作製

筆者は卒業研究においてレーザー溶融ペデスタル法による結晶成長方法を用いてサファイア共振器を作製した．実験装置の略図を Fig. 7 に示す．CO_2 レーザを2つのアキシコンレンズで広げ、通常のミラーと半球状のミラーを経由することでサファイアの母材の先端の中心に焦点を合わせた。溶解されたサファイアに上から種結晶を重ね、母材を溶かし溶解部分を供給するために全体的に上方向に動かしながら成長させ，Fig. 8 のように種結晶を母材より速く動かすことで細い結晶を作製できる。

実際の実験系を Fig. 9 に示す.

母材の半径を D_{feed}，成長させる結晶の半径を D_{seed}，母材の移動速度を $v_{\ feed}$，種結晶の移動速度を v_{seed} とすると，これらの関係は以下のようになる．

$$D_{\mathrm{feed}}^2 v_{\mathrm{feed}} = D_{\mathrm{seed}}^2 v_{\mathrm{seed}} \tag{4}$$

$$D_{\mathrm{seed}} = D_{\mathrm{feed}} \sqrt{\frac{v_{\mathrm{feed}}}{v_{\mathrm{seed}}}} \tag{5}$$

この関係式から Fig. 10 のように結晶成長中に種結晶と母材の動かす速度比の変化により成長させた結晶の半径の調整ができる．このように成長させる結晶の半径の調整により，共振器に

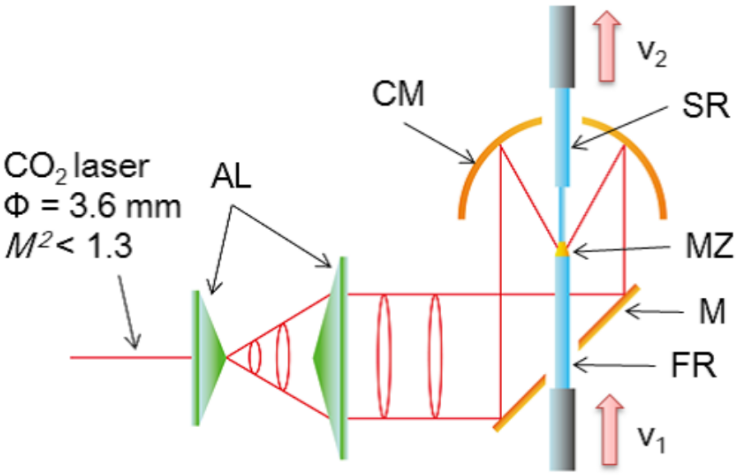


Fig. 7: Schematic illustration of experimental setup. AL: ZnSe axicon lens, FR: feed rod, SR: seed rod, M: gold at mirror with a hole at the center, CM: concave gold mirror (curvature = 100 mm) with a hole at the center, MZ: molten zone. A CO_2 laser with diameter ϕ and beam parameter product M^2 is used to heat the crystal rods.

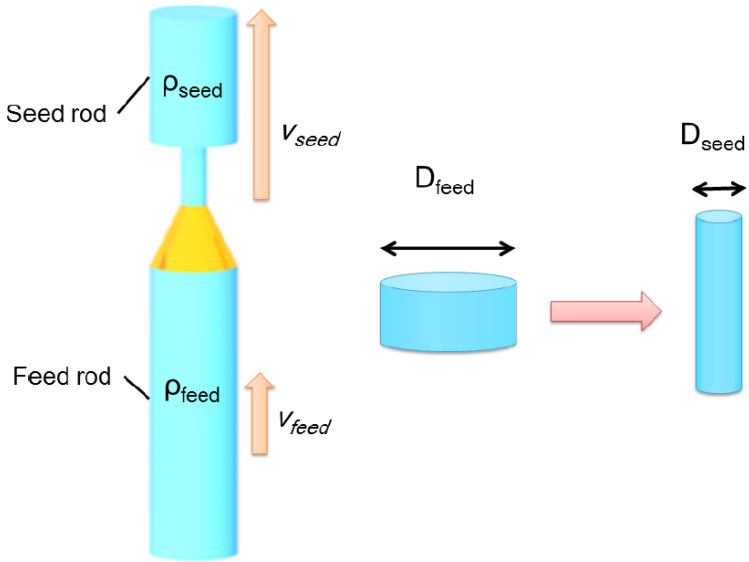


Fig. 8: Schematic illustration of standard Laser heated pedestal growth method and the relation that the volume carried from a feed rod is equal to the volume the seed rod grows.

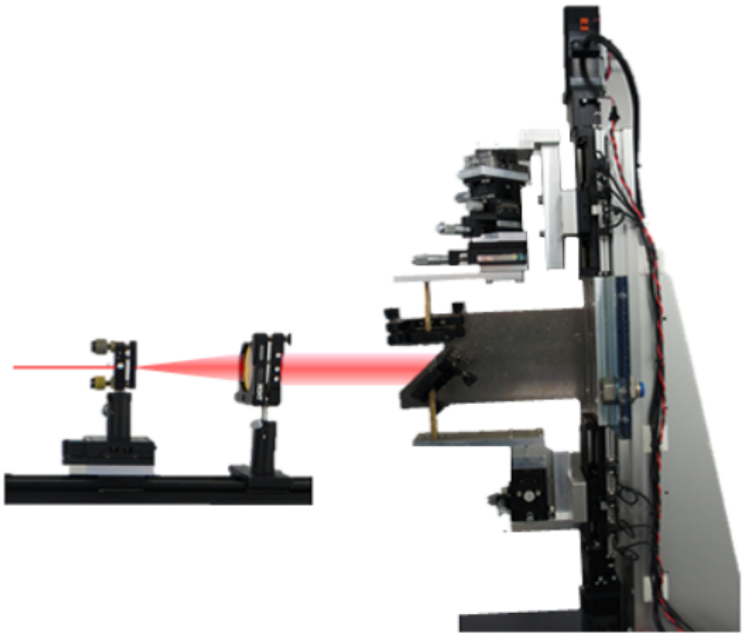


Fig. 9: Experimental setup system. The grown crystal rods are made by using CO_2 laser, axcon lens, and LHPG system.

必要な一部ふくらみをもった形状が作製でき，Fig. 11，Fig. 12 のような共振器を作製することができる．

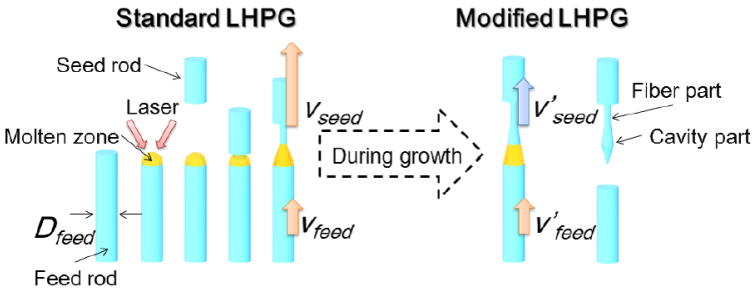


Fig. 10: Schematic illustration of experimental process. During the crystal growth, we fabricate the microcavities by changing the velocity ratio between the seed and feed rods.

3.2 研磨加工

研磨とは物体の表面を少しずつ削り落とすことで，表面の凹凸を滑らかにしていく加工法である．研磨加工は一万年以上前の磨製石器の作製から始まる長い歴史をもった加工法であり，今日における最先端の電子部品，光学部品の最終仕上げに不可欠な技術である．研磨には使用する研磨材，使用する研磨機など多種多様な研磨の方法が存在し，研磨の目的に合わせて研磨が行われる．研磨材による分類では大きく 2 つに分けることができ，遊離砥粒と固定砥粒が存在する [18]．本研究では遊離砥粒によって共振器の研磨加工を行った．遊離砥粒においては砥粒と呼ばれる粒が研磨材として対称物質の表面を削る働きをしている．遊離砥粒では Fig. 13 の様に砥粒を液体に混ぜ，研磨を行っており，その名の通り，砥粒が遊離していることを示している．砥粒の入った液体だけでは研磨できないため，研磨対象にバフなどを用いて圧力を加えながら使用している．表面の研磨には時間がかかるが，均一で高精度の表面を出すことができるので，レンズやプリズムなどの光学部品でよく用いられている [18]．

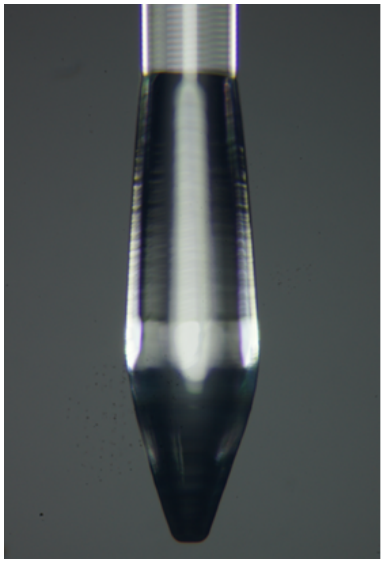


Fig. 11: microscope of side view sapphire resonator fabricated by LHPG

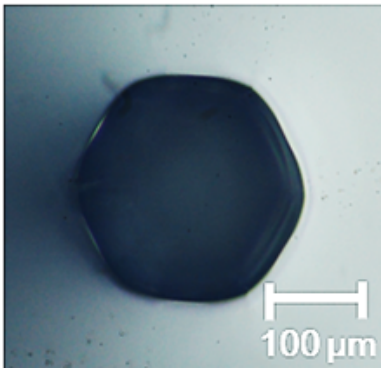


Fig. 12: microscope of sapphire resonator fabricated by LHPG

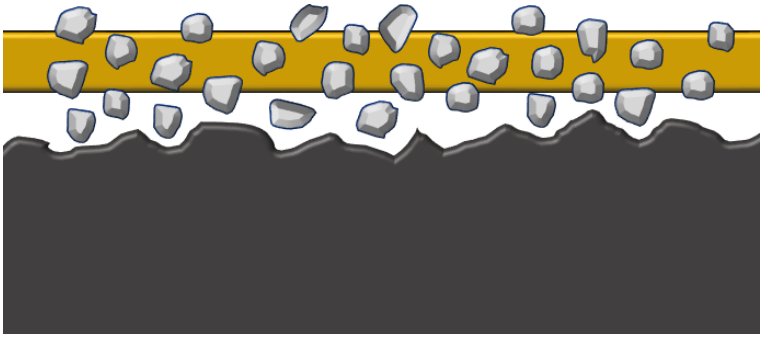


Fig. 13: Schematic illustration of loose abrasive.

3.3　切削加工

切削加工は刃物を用いて加工対象である材料の不要部分をくずとして除去することによって，目的の形状，寸法及び品質を得る加工法である．切削工具にはバイトが用いられ，これは切れ刃部分が 1 か所だけとなっている．Fig. 14 にバイトの外観を示す．バイトは使用時において保持する柄部 (ジャンク) と切削を行う部分の刃部となっており，刃部にはすくい面及び主逃げ面が含まれている．切削工具と工作物は工作機械に支えられ，その間に Fig. 15 相対運動が与えられる．相対運動は主運動 t 送り運動の 2 つがあり，主運動は切削作用において最も主要な運動である．

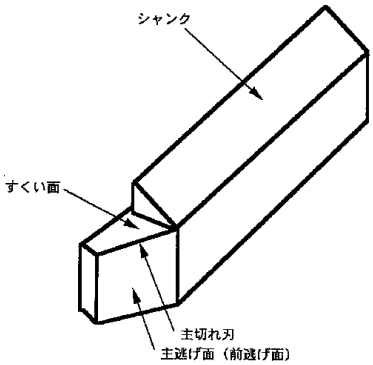


Fig. 14: Schematic illustration of single point tool.

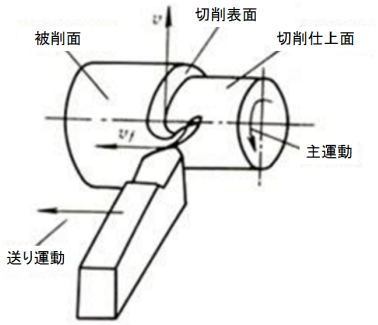


Fig. 15: Schematic illustration of cutting.

ここで Fig. 16 のような結晶材料を用いた共振器の作製方法を説明する．この共振器の母材の形状は円柱型なので，まず共振器の大まかな形を作製するためにダイヤモンド旋削を行う．円柱型の結晶材料を回転台に固定し，Fig. 16 のようなダイヤモンドカッターで旋削する．次に加工によって生じた表面粗さを取り除くため，研磨加工を行う．直径 20 μm のダイヤモンドの粒が入った研磨剤をバフを用いて共振器を研磨する．この研磨を直径が 3, 1, 0.25, 0.1, 0.05 μm のダイヤモンドの粒で同様に行い，段々と表面粗さを小さくすることで完成する [19].

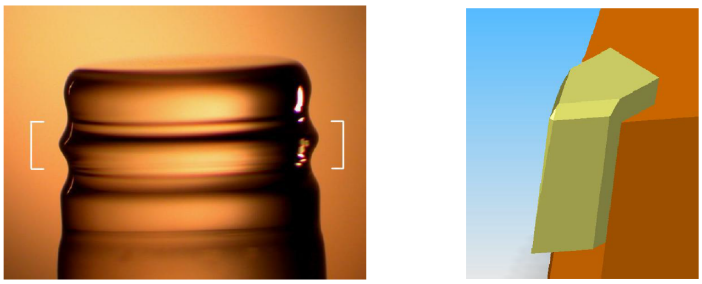


Fig. 16: CaF2 cavity with a record Q factor of (6.3×10^{10}), 5.5 mm in diameter. White brackets show the area of WGM localization.(left) Schematic illustration of a cutter for uorite machining.(right) (I. S. Grudinim, ”CRYSTALLINE WHISPERING GALLERY MODE RESONATORS FOR QUANTUM AND NONLINEAR OPTICS,” Dissertation(Ph.D.), California Institute of Technology(2008).)

4　光周波数コムと光 Kerr コム

4.1　光周波数コムとは

光周波数コムとは，Fig. 17(b) のように周波数軸上に非常に高い精度で等間隔に並ぶモード成分からなる光のことであり，等間隔に並ぶ周波数スペクトルが髪をとかす櫛（コム）のような形に分布するため,「光周波数コム」と呼ばれている [13]．また，時間領域においては Fig. 17(a) の様にフーリエ変換の関係により短い光パルスとなっている．最初の光周波数コムは 1970 年代の初めに超短光パルス列から生成されたが，その発生帯域幅は狭く，絶対周波数を測定できなかった．しかし 1999 年にヘンシュらが超短パルスモード同期レーザを用いた光周波数コムで周波数の計測ができることを発表し，2000 年にホールらが光周波数コムを用いてレーザ周波数の絶対測定ができることが発表した．これらの大きな進歩によってヘンシュとホールは 2005 年にノーベル物理学賞を受賞し，光周波数コムの存在も世間に知られる存在となった．

光周波数コムの特徴は等間隔に並ぶ周波数成分の精密性である．各モードの間隔は 10^{-19} までの精度が可能であるため [14]，周波数の厳密な計測に利用が可能となっている．この厳密な測定の応用は多岐にわたり，光時計や長さの国際基準，高感度分光，惑星探査などが挙げられる [15]．光周波数コムにおいて各モードの光の周波数は以下の式から求められる．

$$f(n) = nf_r + f_o \tag{6}$$

f_r 及び f_o はそれぞれ繰り返し周波数とオフセット周波数を表している．繰り返し周波数はモード間隔であり，パルスの時間間隔の逆数でもある．また光パルスの線幅とモード同期レーザーのスペクトル幅にもフーリエ変換の関係があり，パルス幅が短い場合はスペクトル幅は広帯域となる．そして 2 つの値の実際の測定において，モード同期レーザーの繰り返し周波数 f_r は容易に測定できるが，オフセット周波数 f_o は容易に測定できない．光周波数コムの n 番目のモードの周波数を $f_n = nf_r + f_o$ とし，2n 番目のモードの周波数を $f_{2n} = 2nf_r + f_o$ とすることで f-2f 型の自己参照法を行う必要がある [16]．つまりオフセット周波数 f_o を求めるには 1 オクターブ以上の帯域で光周波数コムを発生させることが必要になる． f -2 f 干渉の原理は n 番目のモードの 2 次高調波と 2 n 番目のモードと差周波を以下の式のように求めることである．

$$2f(n) - f(2n) = 2nf_r + 2f_o - (2nf_r + f_o) = f_o \tag{7}$$

4.2　光 Kerr コムとは

前述した様に微小光共振器を用いて光周波数コムを発生させる研究が注目されている．光 Kerr コムは微小光共振器において 3 次の非線形光学効果である光 Kerr 効果を用いて発生させているため，このように呼ばれている．光周波数コムと光 Kerr コムの違いはモード同期されているかによって決まる．モード同期とは各モードの位相が揃っていることを意味する．光周波数コムは，周波数軸上に正確な間隔をもつモード成分からなる光と説明したが，さらに実際はそれらの位相は揃っておりモード同期されている．しかしながら光 Kerr コムはモード同期されておらず，周波数測定などに用いることができない櫛状のスペクトルであるため，光周波数コムとは区別されている．モード同期には前述した f-2f 干渉が用いられるが，これには 1 オクターブ以上のスペクトルが必要であり，微小光共振器における光 Kerr コムの課題は 1 オクターブ以上の帯域で光 Kerr コムを発生させることである．

そのため，近年，微小光共振器における光 Kerr コムの広帯域化に向けた研究が注目されている．後述するが，広帯域化において最も重要なのは共振器の分散であり，広帯域化に向けた共振器の分散制御に関する研究は理論的にも実験的にもされている．特に構造を制御することで

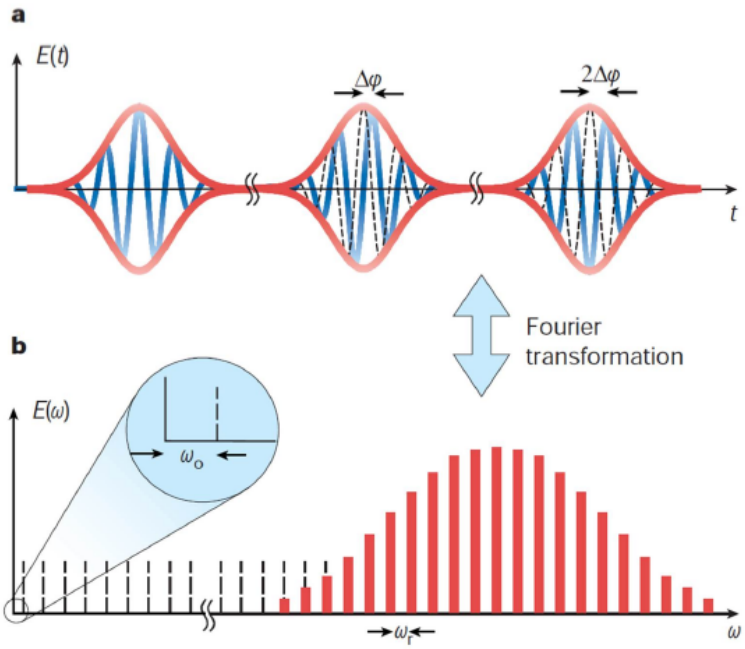


Fig. 17: Consecutive pulses of the pulse train emitted by a mode-locked laser and the corresponding spectrum. [Th. Udem, Nature 416, 233-237 (2002).]

分散を制御する研究が注目されている．Fig. 18 のような形状においては理論的に 1 オクターブ以上の帯域で分散を制御し，その分散を用いて光 Kerr コムの発生をシミュレーションで確認している [20]．また Fig. 19 の構造においては実際に作製され，分散制御が行われた [21]．しかしながら，実験的に 1 オクターブ以上の分散制御はされておらず，光 Kerr コムの 1 オクターブ以上の広帯域化は実現されていない．

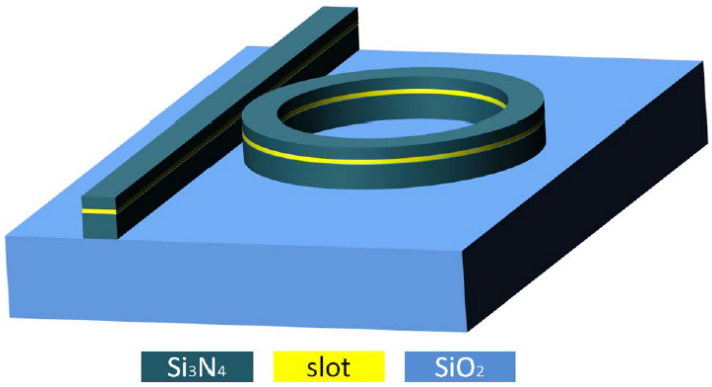


Fig. 18: Microcavity based on silicon nitride strip/slot waveguide for Kerr frequency comb generation.

5　本研究の目的

微小光共振器を用いた光周波数コムの発生は従来の大型な光源と比較して，小型・安価・低パワー駆動といった優位性を有しており，その応用は分光や光通信や惑星探査など幅広い．現在，結晶材料を用いた共振器において光周波数コムを発生させるため，光 Kerr コムの広帯域化に関する研究がされている．前述したように広帯域化において課題となっているのが共振器の分散であり，分散を広帯域で制御する必要がある．

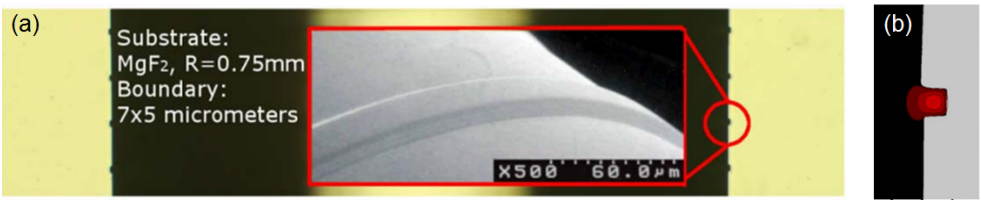


Fig. 19: (a)Photonic belt resonator with an electron microscope photo inset. (b)Cross section of photonic belt resonator.

そこで本研究では CaF_2 を用いた微小光共振器において光 Kerr コムの広帯域化に向けた分散制御を行った．通常の共振器は作製工程の最後に研磨加工を行うため，共振器の断面形状が球状となり分散の制御が困難である．そこで超精密な切削加工のみで共振器を作製することで f-2f 干渉に必要な 1 オクターブ以上の帯域において分散制御を目指した．

第 II 部

結晶材料を用いた共振器の作製と評価

1　理論

1.1　表面粗さ

前述したように共振器の作製方法には切削加工と研磨加工が用いられ，それらの役割は形状作製と表面粗さの低減である．そして共振器の表面粗さも前述したように共振器表面の散乱による損失から求められる Q 値に影響を与えており，以下の式で表される [22]．

$$Q = \frac{3\lambda^3 a}{8n\pi^2 B^2 \sigma^2} \tag{8}$$

ここで λ，a，n，B，σ はそれぞれ共振器に入力した光の波長，共振器の半径，用いた材料の屈折率，相関長，表面粗さを表している．つまり，共振器の Q 値は共振器の表面粗さ σ の二乗に反比例しており，表面粗さが小さい程，高 Q 値となる．そして，実験値で求められる Q 値は材料吸収による損失や結合損失によって求められる Q 値を大きく下回っているため，一般的には表面粗さが共振器の Q 値を決める大きな要因となっており，研磨加工は非常に重要な工程となっている．表面粗さを定義するパラメータはいくつかあるが，共振器においては二乗平均粗さ Rq(RMS: Root Mean Square) が用いられている．Fig. 20 に示すように共振器の断面において，断面に対して平行方向と垂直方向をそれぞれ x 軸と z 軸とする． x 軸に対する z 軸方向の変位 $z(x)$ を粗さ曲線と言い，Fig. 20 を元にすると Rq は以下の式から求められる [23]．

$$Rq = \sqrt{\frac{1}{L}\int_0^L z(x)^2 dx} \tag{9}$$

粗さ曲線 $z(x)$ は原子間力顕微鏡 (AFM: Atomic Force Microscope) を用いて求めることができ，原子間力顕微鏡の構造を Fig. 21 に示す．カンチレバーの上下方向の位置は試料とカンチレバーの原子間に働く原子間力によって変位する．そして，カンチレバーが試料の表面を走査する際，原子間力によってカンチレバーと試料は一定の間隔を維持するため，試料表面の凹凸によってカンチレバーが上下に動作する．Fig. 21 の通り，レーザーでカンチレバーの動作を検出することで試料の表面状態のイメージを得ることができる．

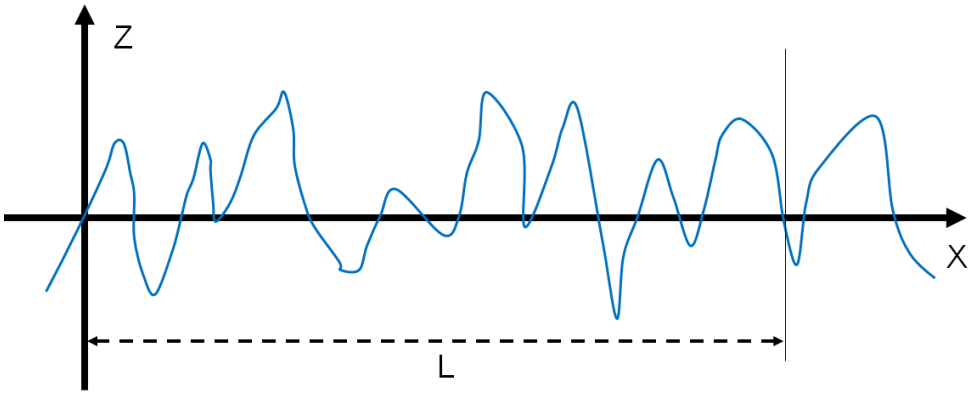


Fig. 20: Schematic illustration of RMS roughness.

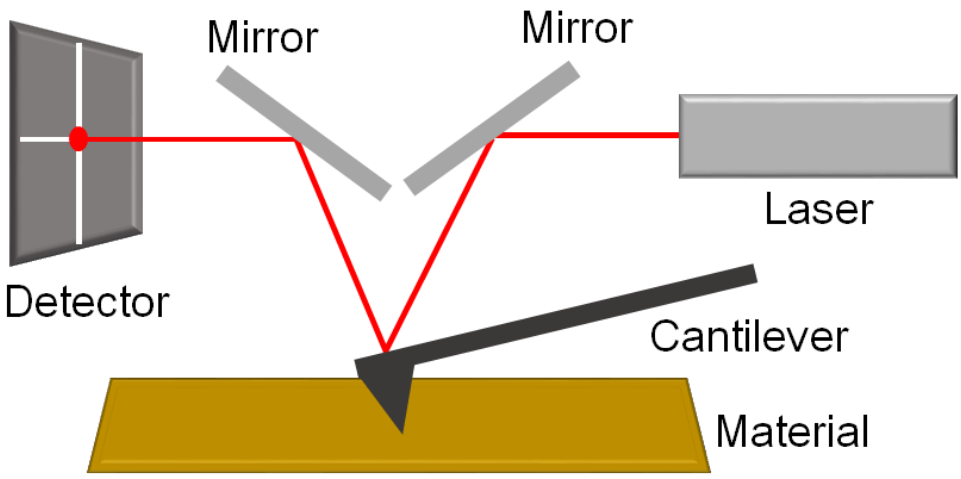


Fig. 21: Schematic illustration of atomic force microscope. Measurement system for the surface roughness by using atomic force.

1.2 Q 値測定

本研究では透過スペクトルを求め，そこからから Q 値測定を行った．共振器に入力する光の波長を線形にスキャンさせた際におけるスペクトル測定によって Q 値を測定する方法である．共振が生じる場合のスペクトルはローレンツ型の曲線となる．そして，得られたローレンツ曲線の半値全幅 $\Delta\lambda$ と共振波長から Q 値は以下のように表される．

$$Q = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda} \tag{10}$$

したがって，透過スペクトルを測定し，透過スペクトルの共振が生じる波長付近においてローレンツ関数曲線でフィッティングを行い，半値全幅を求め，共振器の Q 値を計算する．

1.3 非線形光学効果

一般的に物体に光が入射し，媒質中を透過するとき，媒質内に誘起される分極 P は入射光の電場 E を用いて以下の式で表される [24]．

$$P(t) = \epsilon_0 \chi E(t) \tag{11}$$

ここで ϵ_0，χ はそれぞれ真空の誘電率と電気感受率である．通常，全ての媒質は線形媒質式の通り分極 P は電場 E に線形に応答することから，線形媒質である．しかしながら，入射するレーザー光を高強度にするにつれ，線形応答の限界を超えてしまい，非線形の応答が無視できなくなる．そのため，式 (11) において非線形の応答を考慮すると以下の式のように表すことができる．

$$P(t) = \epsilon_0(\chi E(t) + \chi_2 E^2(t) + \chi_3 E^3(t) + \cdots) \tag{12}$$

電界の二乗に比例する項，三乗に比例する項をそれぞれ二次の非線形項，三次の非線形項といい，係数 χ_2，χ_3 をそれぞれ二次，三次の非線形感受率という．また，二次の非線形項，三次の非線形項から生じる非線形光学効果をそれぞれ二次の非線形光学効果，三次の非線形光学効果という．

1.4 光 Kerr 効果

角周波数 ω の光 $E(t) = A\cos(\omega t)$ を非線形光学媒質に入射した場合，3 次までの項を考慮すると以下の式のように表される [24].

$$P(t) = \epsilon_0(\chi A\cos(\omega t) + \chi_2 A^2\cos^2(\omega t) + \chi_3 A^3\cos^3(\omega t)) \tag{13}$$

$$= \epsilon_0(\chi A\cos(\omega t) + \chi_2 A^2(\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2}\cos(2\omega t)) + \chi_3 A^3(\tfrac{3}{4}\cos(\omega t) + \tfrac{1}{4}\cos(3\omega t))) \tag{14}$$

2ω と 3ω で振動する成分はそれぞれ 2 次高調波発生 (SHG:Second Harmonic Generation) と 3 次高調波発生 (THG:Third Harmonic Genarion) を表している．また，入射光と同じ周波数 ω で振動する成分をまとめると以下のように表すことができる．

$$P(t) = \epsilon_0(\chi A + \frac{3}{4}\chi_3 A^3)\cos(\omega t) \tag{15}$$

ここで線形感受率 χ と屈折率 n は $n^2 = 1 + \chi$ の関係を有するため，式 (15) は非線形光学効果によって屈折率が変化することを示し，新たに以下の式で表すことができる．

$$n^2 = 1 + \chi + \frac{3}{4}\chi_3 A^2 \tag{16}$$

線形感受率のみで得られる屈折率を n_0，$\frac{\sqrt{3\chi}}{2}$ を n_2 とする．この n_2 は非線形屈折率という．また，A^2 は電界の 2 乗であり光の強度 I を示す．これらを踏まえ式 (16) をまとめると以下の式となる．

$$n = n_0 + n_2 I \tag{17}$$

つまり，非線形媒質において屈折率は式 17 のように表すことができ，これの屈折率変化を光 Kerr 効果という．

1.5 四光波混合

3 次の非線形光学効果の現象の 1 つに四光波混合がある [24]．結合する四光波混合の角周波数を ω_j とすると，以下の式で表すことができる．

$$\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = \omega_4 \tag{18}$$

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4 \tag{19}$$

式 (18) において特に $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3$ の場合，3 次高調波発生に相当する．この時の位相整合条件は，各周波数の波動ベクトルを k_j とすると，$k_1 + k_2 + k_3 = k_4$ となる．また，式 (19) における位相整合条件は $\kappa_1 + k_2 = k_3 + k_4$ となる．

まず，式から 3 次非線形項のみを残した式は以下のように表すことができる．

$$P_{\mathrm{NL}} = \epsilon_0\chi_3 E^3 = 4\chi^{(3)}E^3 \tag{20}$$

ω_1,ω_2,ω_3,ω_4 の 4 つの周波数の光波においてすべてが x 軸方向に直線偏光である場合，電場は以下の式で表すことができる．

$$E = \hat{x}\frac{1}{2}\sum_{4}^{j=1} E_j \exp\left[i(k_j z - \omega_j t)\right] + c.c. \tag{21}$$

ここで波動ベクトル k_j は以下のように表される．

$$k_j = \frac{n_j \omega_j}{c} \tag{22}$$

この式において n_j は屈折率を表している．式 (21) を式 (20) から非線形分極は以下の式で表すことができる．

$$P_{\mathrm{NL}} = \hat{x}\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{4} P_j \exp\left[i(k_j z - \omega_j t)\right] + c.c. \tag{23}$$

この式から分極 P_j が 3 つの電場の積を多く含む項で構成されていることがわかる．例として P_4 は以下の式で表すことができる．

$$P_4 = \frac{3\epsilon_0}{4}\chi^{(3)}[|E_4|^4 + 2(|E_1|^2 + |E_2|^2 + |E_3|^2)]E_4 + 2E_1E_2E_3\exp(i\theta_+) + 2E_1E_2E_3^*\exp(i\theta_-) + \cdots \tag{24}$$

ここで θ_+,θ_- は以下の式で表すことができる．

$$\theta_+ = (k_1 + k_2 + k_3 - k_4)z - (\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 - \omega_4)t \tag{25}$$

$$\theta_+ = (k_1 + k_2 - k_3 - k_4)z - (\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 - \omega_4)t \tag{26}$$

式 (24) において第一項は自己位相変調 (SPM:Self Phase Modulation)，第二項は相互依存変調 (XPM:Cross Phase Modulation) を引き起こすことを表している．また，残りの項が四光波混合を引き起こすことを表している．

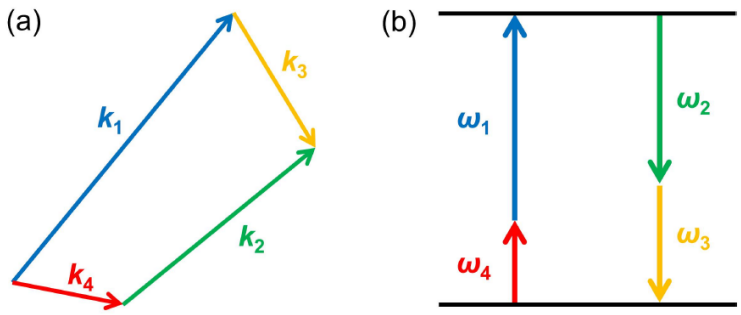


Fig. 22: FWM generation condition, (a) wavenumber conservation, (b) energy conservation.

1.6 光 Kerr コム

光 Kerr コムは共振器内において四光波混合が連続的に生じることで発生する [25]．共振器内において四光波混合が生じた場合，等間隔に光が派生し，共振スペクトルと一致することで共振する．共振した光がまた四光波混合により光を派生させ，この現象が連続的に生じることによって光 Kerr コムが発生する．

また，共振器内では縮退，非縮退の四光波混合が生じるが，その生じる過程の違いから Type-1 と Type-2 に分けられる [26]．Type-1 の発生過程は最初にポンプ光 f_0 により縮退四光波混合が生じ，1FSR 離れた周波数にスペクトル線 f_{-1}, f_1 が発生する．そして，f_{-1}, f_0, f_1 から非縮退四光波混合が生じ，さらに 1FSR 離れた f_{-2}, f_2 のスペクトル線が生じる．この後は非縮退四光波混合が連続的に繰り返されることで光 Kerr コムが広がっていく．Type-2 の発生過程は最初に

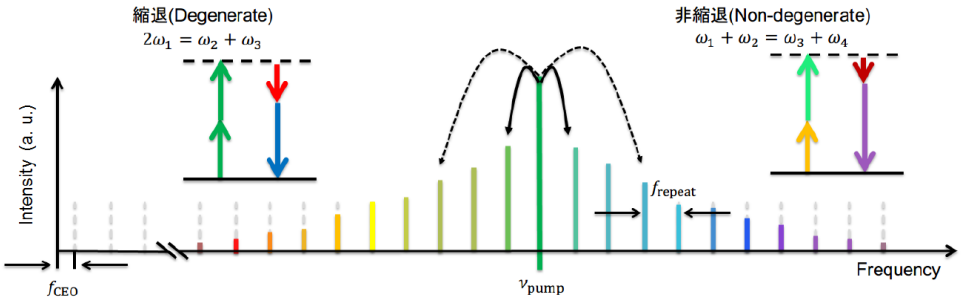


Fig. 23: Schematic image of optical Kerr comb generation. Both degenerate FWM and non-degenerate FWM can be generated.

ポンプ光により縮退四光波混合が生じ，Multi-FSR でスペクトル線が発生する．Multi-FSR で発生した光によって再び縮退四光波混合が生じ，Multi-FSR で発生した光を中心に光 Kerr コムが広がっていく．つまり簡単に Type-1 と Type-2 の違いを述べると，ポンプ光を中心に広がる光 Kerr コムが Type-1 であり，MUlti-FSR で広がった後に隙間を埋めるように広がる光 Kerr コムが Type-2 である．

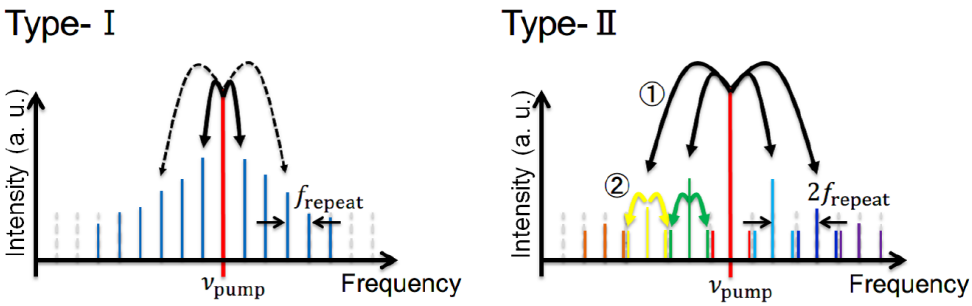


Fig. 24: Schematic image of Type-1 and Type-2 Optical Kerr combs. In Type-2 comb, firstly primary combs (1) are generated and next, secondary combs (2) are generated.

2　実験方法

2.1　共振器の作製方法

CaF_2 共振器の作製に用いた CaF_2 ロッドを Fig. 25(a) に示す．このロッドの直径は約 6 mm であるため，直径 6 mm 以下の共振器の作製が可能となる．このロッドは応用光研より購入した．購入した CaF_2 の光学特性において，透過波長帯域は 0.13 から 12.0 μm，融点は 1360 °C である．実際に作製した共振器を Fig. 25(b) に示す．この共振器の直径は約 500 μm である．
また，前述したようにこの共振器の作製には切削加工と研磨加工を用いた．以下に切削加工と研磨加工について作製方法述べる．

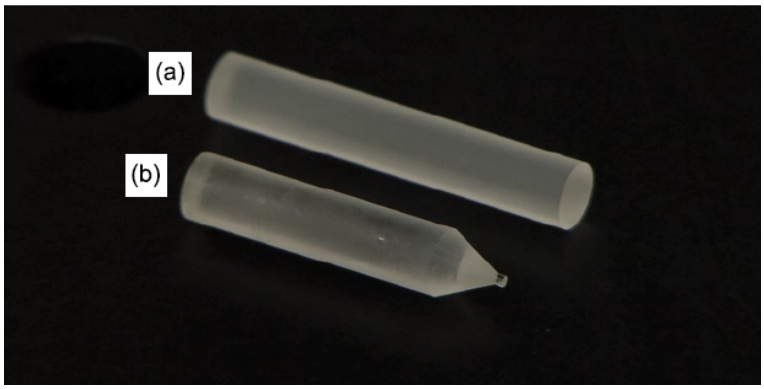


Fig. 25: (a) CaF_2 rod. (b) CaF_2 WGM microcavity fabricated employing ultra-precision cutting tool.

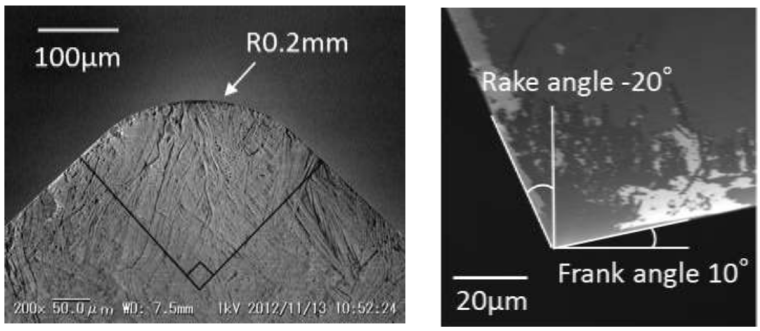
2.1.1　切削加工

切削加工は共同研究先である同大学システムデザイン工学科柿沼研究室において Fig. 26 の超精密非球面加工機 (ULG100E(HYC),TOSHIBA MACHINE Co.Ltd.) を用いて行われた．この装置の仕様を Tab. 2.1.1 に示す．位置決めの分解能が 1 nm 単位であり，微細な切込みや送りの入力に対しても十分な加工精度示している．切削加工にはダイヤモンド工具を用いた．ダイヤモンド工具の刃先を Fig. 27 と Fig. 28 に示す．実際の加工は Fig. 29 のように行われる．

Fig. 26: Appearance of ultra-precision aspheric machine tool.

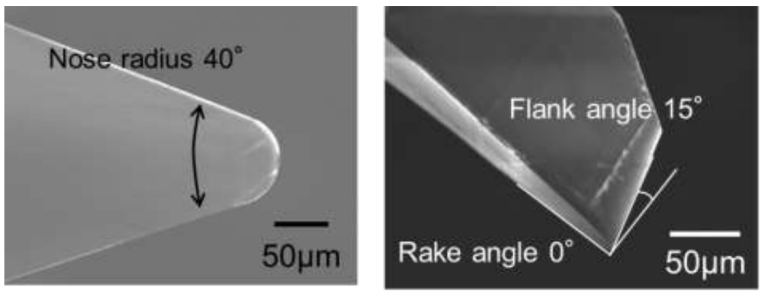
Table. 1: Specification of ultra-precision aspheric machine tool.

Maker/Type	TODHIBA MACHINE/ULG-100E(HYC)
Table travel mm	X: 220 , Y: 20, Z: 150
Work spindle speed mm^{-1}	$0 \sim 1500$
Position accuracy nm	1
CNC System	FANUC Series 3li-MODEL A
Weight kg	2200



(a) (b)

Fig. 27: SEM image of single crystal diamond cutting tool, (a)front view, (b)side view.



(a) (b)

Fig. 28: SEM image of single crystal diamond cutting tool, (a)front view, (b)side view.

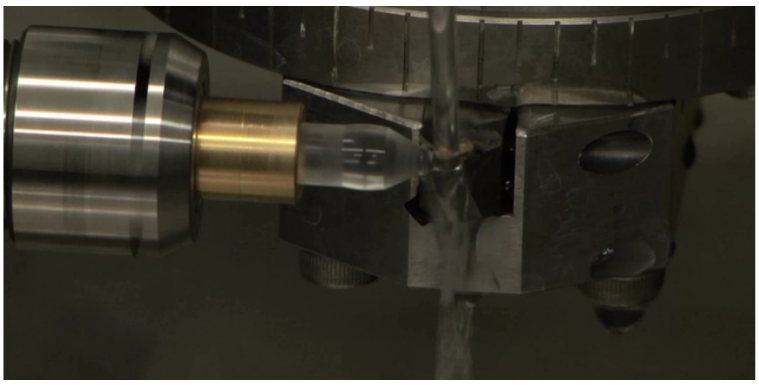


Fig. 29: Fabrication of CaF_2 WGM microcavity using ultra-precision machining.

2.1.2　研磨加工

切削加工を行った共振器に対して研磨加工を行い表面粗さの改善による Q 値向上に取り組んだ．研磨加工には旋盤，ポリッシングクロス，研磨剤を用い，研磨剤にはダイヤモンド粒子のダイヤモンドスラリーを使用した．用いた旋盤は精密ミニ旋盤コンパクト 3，ポリッシングクロスと研磨剤は株式会社マルトーから購入した．それぞれを Fig. 30，Fig. 31，Fig. 32 に示す．ダイヤモンドスラリーはダイヤモンド粒子と液体の混合物であり，硬度の高い材料に対して用いられる．また，対象物に合わせ，水性か油性の液体を混合物に用いる．本研究では水が使用されており水溶性である．ダイヤモンド粒子の粒形は 1 μm, 0.5 μm, 0.25 μm, 0.125 μm のものがあり，大きな粒形のものから使用した．研磨加工の手順を以下に示す．(1) 共振器を固定した真鍮を旋盤に固定し，3800 rpm で回転させた．
(2) ポリッシングクロスにダイアモンドスラリーを滴下した．滴下量はポリッシングクロスの表面に水分が十分維持される程度が目安となる．
(3) 共振器に直接ポリッシングクロスを当て研磨を行った．1 分ごとにダイヤモンドスラリーを滴下する．
(4) 研磨は粒形のサイズごとに 20 分ずつ行った．
(5) 共振器にエタノールを滴下することで洗浄を行った．洗浄後も旋盤を回転させ，エタノールの気化が均一に行われるように配慮した．

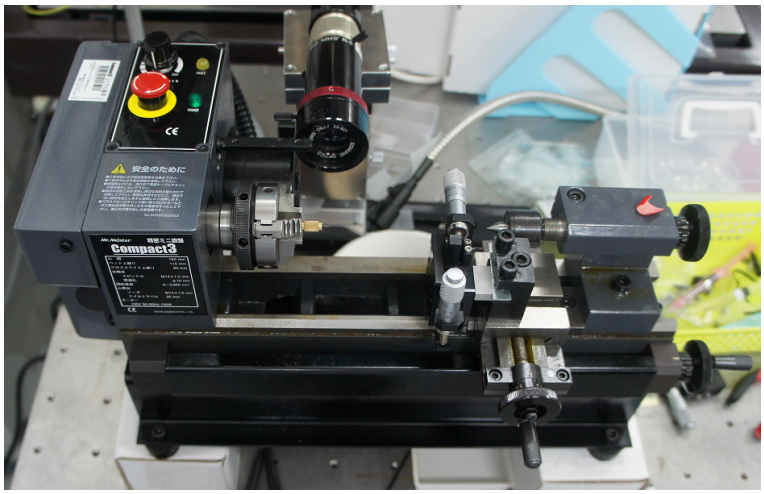


Fig. 30: Picture of a lathe for polishing.

Fig. 31: Picture of polishing cloth.

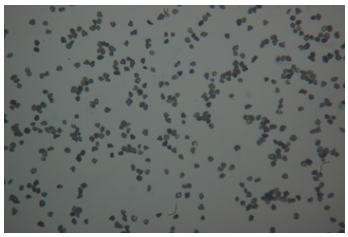


Fig. 32: Microscope image of diamond slurry.

2.2 表面粗さ測定

前述には原子間力顕微鏡を用いた表面粗さの測定原理について述べたが，共振器のサイズが大きく装置が使用できなかった．そのため，本研究においては走査型白色干渉計を用いて測定を行った．使用した機器はZYGOであり，Fig. 33に示す．また，仕様をTab. 2.2に示す．

Fig. 33: 3-dimentional surface structure analyzer.

Table. 2: Specification of 3-dimentional surface structure analyzer.

Maker/Type	Zygo/New View TM6200
Vertical resolution nm	0.1
Measurement range nm	0.1 ∼ 15000
Step height %	Accuracy ≤ 0.75，Repeatability ≤ 0.5
RMS repeatability nm RMS	≤ 0.1

2.3 Q 値測定

実際にCaF_2共振器をQ値測定した系をFig. 34に示す．共振器の評価には波長可変レーザー(santec TSL710)とパワーモニター(Agilent 8163B)を用いた．この波長可変レーザーの線幅は100 kHz，波長可変範囲は1480 nm∼1620 nm，スキャン速度は最低で0.5 nm/sである．用いたテーパファイバは出力されたレーザー光は様々な方向に偏光成分を有しているため，透過スペクトル中には複数のモードが存在する．したがって偏波コントローラを経由することで一定の偏波方向のみの光を透過させ，透過スペクトルにおけるモード数を削減することができ，測定が容易になる．

測定の手順を以下に示す．
(1) 偏波コントローラとテーパファイバ径を調整し，$\Delta\lambda$が小さいと思われる共振モードを励起させた．
(2) 波長可変レーザーを用いて指定の波長帯をスキャンすることで透過スペクトルを得た．
(3) 測定した透過スペクトルから$\Delta\lambda$を求め，式を基にQ値を算出した．

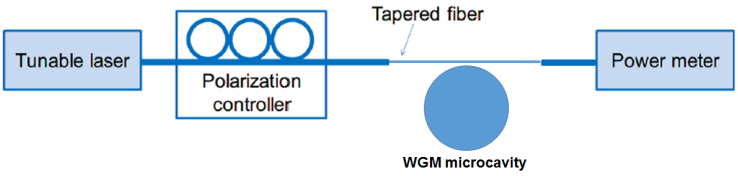


Fig. 34: Fabrication of CaF_2 WGM microcavity using ultra-precision machining.

3　結晶材料を用いた微小光共振器の評価

3.1　共振器の作製

切削加工によって作製した共振器を Fig. 35 に示す．通常，切削加工後に研磨加工を行うことから，共振器の共振部分における断面形状は曲線となるが，切削加工のみで作製した共振器は Fig. 35 の (a) から (c) のように先端部分に角度をつけ作製することができる．結晶材料は脆弱であり，先端部分はより脆弱であるため，先端部分が欠けることなく共振器を切削加工で作製することは通常困難であるが，本研究ではナノ単位の加工により作製することができた．

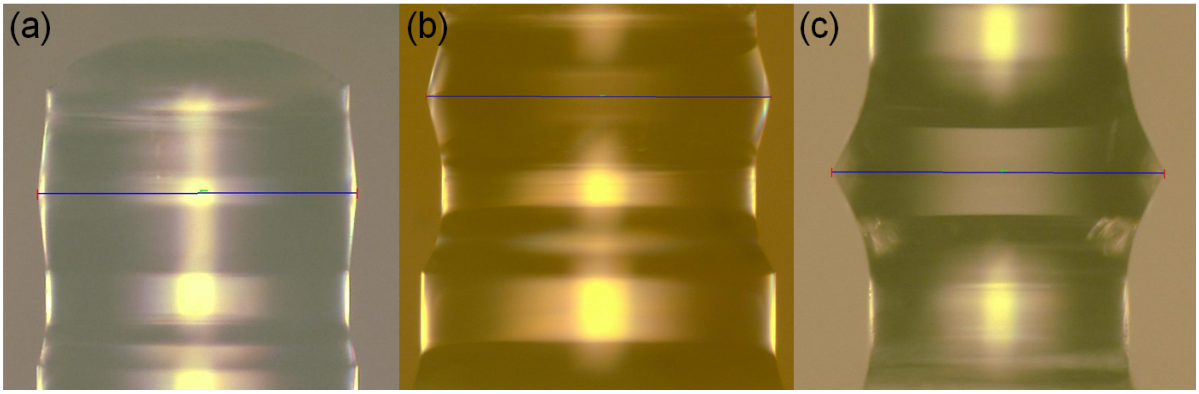


Fig. 35: CaF_2 microcavity fabricated by using ultra-precision cutting machining. The angle of resonance point is (a)169°，(b)152°，(c)127°.

これらの共振器を以後，先端の角度が小さい順に共振器 (a)，共振器 (b) と順に呼ぶことにする．共振器 (a) から共振器 (c) の半径と先端の角度を以下の表にまとめる．

Table. 3: Parameters of three microcavities.

共振器	先端の角度 (°)	半径 (μm)
a	169	265.3
b	152	323.2
c	127	204.8

3.2　共振器の Q 値

Q 値測定では透過スペクトル測定を行った．作製した共振器 (a) から共振器 (c) のそれぞれの透過スペクトルを Fig. 36 に示す．

これらの透過スペクトルから得られた Q 値を以下の表に示す．

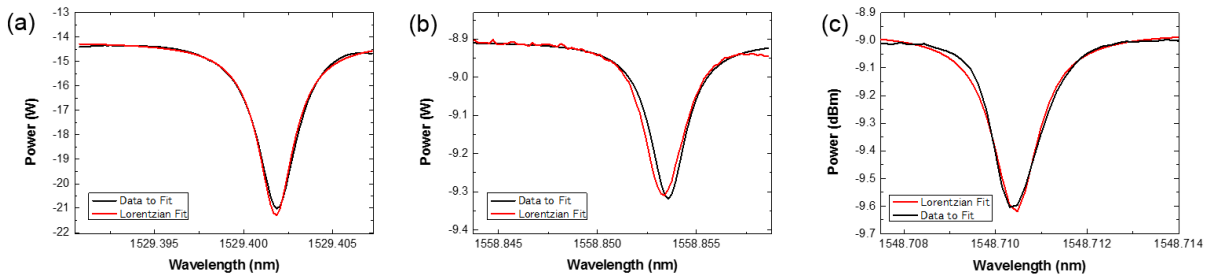


Fig. 36: Transmittance spectrum. Measurement of microcavity(a), (b) and (c).

Table. 4: Q-factors of three microcavities.

共振器	Q 値
a	4.0×10^5
b	7.1×10^5
c	1.2×10^6

4 検討

これまでの研究において CaF_2 を用いて作製した共振器の Q 値は 6.3×10^{10} が最高とされている．しかしながら，本研究で作製した共振器の最高 Q 値は 1.2×10^6 であり，4 桁以上低い値となっている．そこで Q 値を決める大きな要因となっている表面粗さについて検討した．

4.1 共振器の表面粗さ

前述したように共振器の表面粗さの測定には同大学システムデザイン工学科の柿沼研究室において走査型白色干渉計 (ZYGO) を用いて行われた．通常，表面粗さの測定は平面で行われるため，共振部分が尖った共振器の表面粗さの測定は困難であった．そこで Fig. 37 のような共振部分が台形となっている共振器を作製し，表面粗さの評価を行った．Fig. 38 のように共振部分の先端の角度が 127 ° の共振器の先端を 5 μm 平らにした上底 5 μm の台形形状の共振器となっている．表面粗さの測定結果を Fig. 39 に示す．

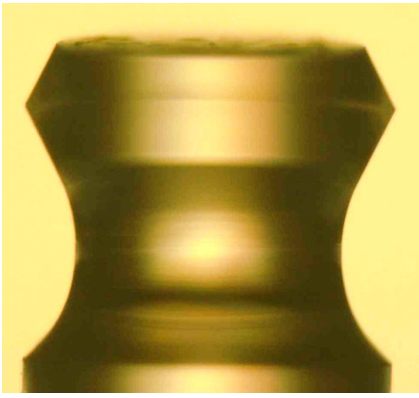


Fig. 37: CaF_2 WGM microcavity fabricated by using ultra-precision cutting mashineing.

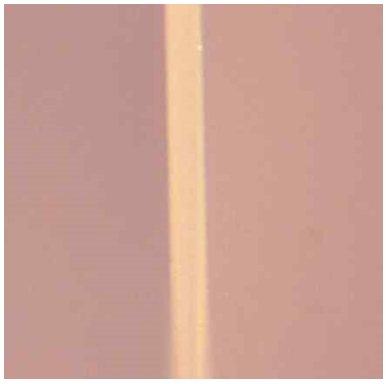


Fig. 38: The adge of resonance point. The width of frat surface is 5μm

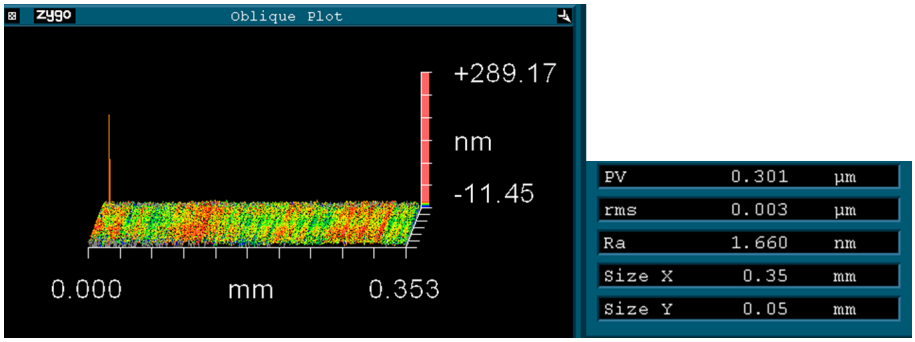


Fig. 39: Measuremnt result of surface roughness.

表面粗さ測定の結果，表面粗さ RMS は 0.003 μm であった．同様の表面粗さ 0.002 μm を有する共振器において Q 値は 10^9 が得られている [27]．つまり表面粗さが 0.003 μm である本研究で作製した共振器は表面粗さ以外の要因で低 Q 値となっていることがわかる．

4.2 共振部分の角度と Q 値

作製した共振器の共振部分の角度と半径をまとめた Tab. 3.1 と作製した共振器の Q 値についてまとめた Tab. 3.2 の 2 つ表をまとめ Tab. 4.2 に示す．

Table. 5: Parameters of three microcavities.

共振器	先端の角度 (°)	半径 (μm)	Q 値
a	169	265.3	4.0×10^5
b	152	323.2	7.1×10^5
c	127	204.8	1.2×10^6

Tab. 4.2 より作製した共振器において共振部分の角度が小さい程，Q 値が大きくなっていることがわかる．そこで共振器の共振部分における角度と Q 値の関係について検討する．Fig. 40 のように共振部分の角度は共振器における光の分布に影響する．また，Fig. 40 から角度が小さい程，光強度の最大値の座標は共振器の表面から遠ざかっていることがわかる．したがって共振部分の角度が小さい程共振器の表面の影響を受けにくくなると考えられる．しかし，共振器の表面粗さは 0.003 μm と小さいため，そもそも表面粗さに Q 値は依存しないことがわかっている．そこで表面において表面粗さ以外に Q 値に影響を与える要因があるか確認する為に透過型電子顕微鏡 (TEM) により，共振器表面の結晶構造を調べた．

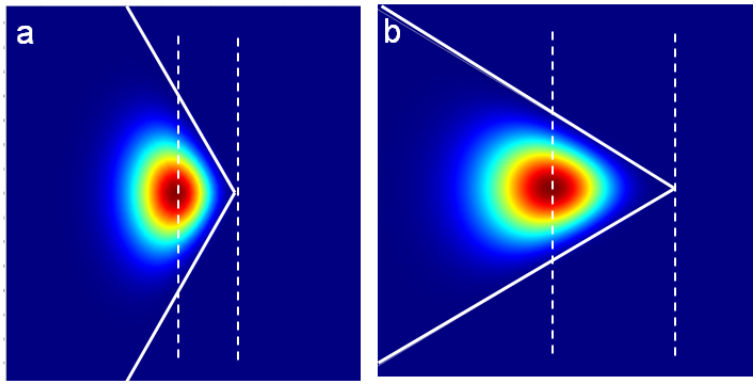


Fig. 40: Electrical field distribution. (a)120 ° (b)60 °

4.3　共振器の多結晶層

同大学システムデザイン工学科柿沼研究室において TEM を用いて共振器作製と同様の方法で加工した CaF_2 の表面が観察された．TEM による測定結果は Fig. 46 のようになっており，多結晶層が存在していることがわかる．多結晶層と単結晶層の境目において散乱が生じるほか，多結晶層における材料吸収など，多結晶の存在は Q 値に影響を与えると言える．したがって，測定された 10^6 の Q 値は多結晶層が要因となっていると考えられる．

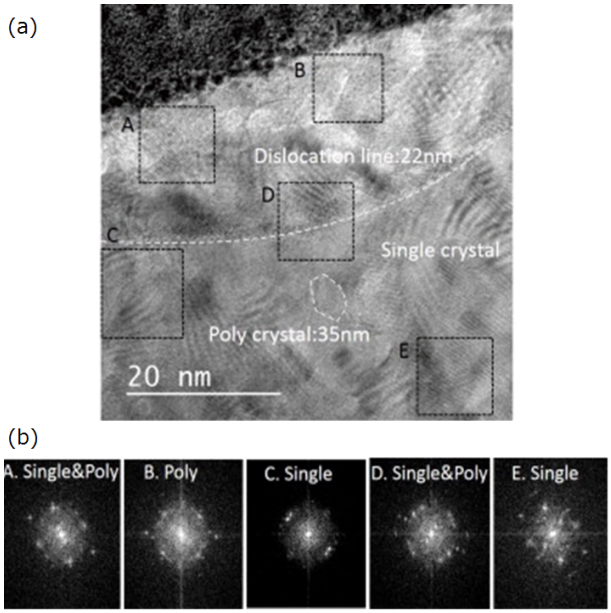


Fig. 41: (a)TEM image of the surface of the CaF_2 microcavity fabricated by using cutting machining. (b)Electron diffraction image after FFT.

そこで切削加工によって作製した共振器を研磨し，多結晶層を取り除いた状態での Q 値がどうなるか実験を行った．研磨によって作製した共振器を Fig. 42，透過スペクトルを Fig. 43 に示す．この共振器の Q 値は 1.2×10^7 であり，研磨なしの共振器に対して 1 桁向上した．この共振器の表面粗さは Fig.44 から RMS は 0.003 μm であり，研磨前との差はない．したがって，表面粗さの影響ではなく，多結晶層を除去したことによって Q 値が向上したと考えられる．

Tab. 4.2 において先端の角度が小さくなるほど Q 値が高くなる結果得られた．そこで共振部分の角度が共振器 (c) より小さい共振器を作製することで，研磨加工を行うことなく多結晶層の影響を受けない高 Q 値の共振器が作製できるかに取り組んだ．

作製した共振器を Fig. 45 と Fig. 46 に示す．またこの 2 つの共振器をこれ以降共振器 (d)，共

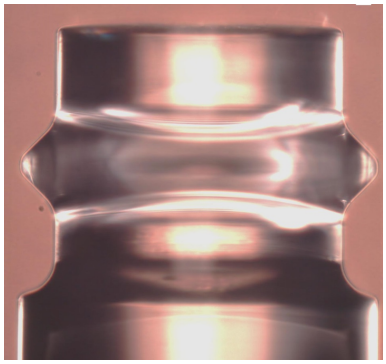


Fig. 42: CaF_2 microcavity fabricated by using ultra-precision cutting machining and polishing.

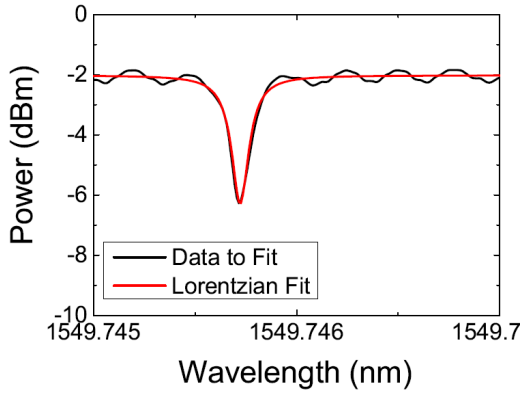


Fig. 43: Transmittance spectrum. Measurement of Fig.42.

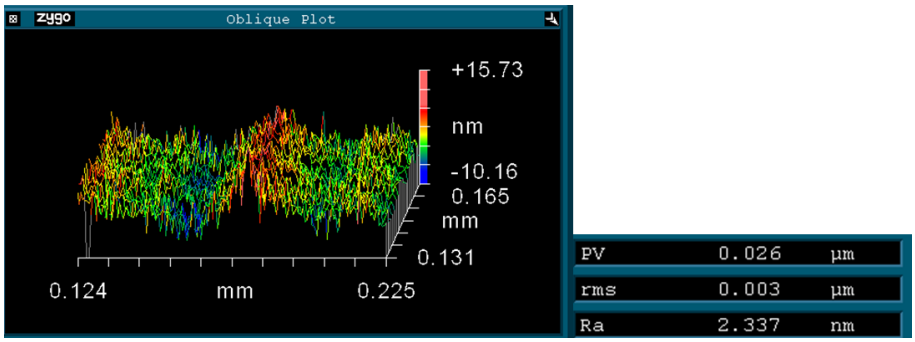


Fig. 44: Measuremnt result of surface roughness.

振器 (e) と呼ぶことにする.

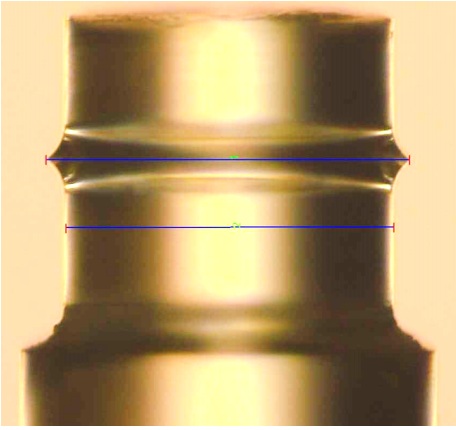


Fig. 45: CaF_2 microcavity fabricated by using ultra-precision cutting machining. The angle of resonance point is 90°.

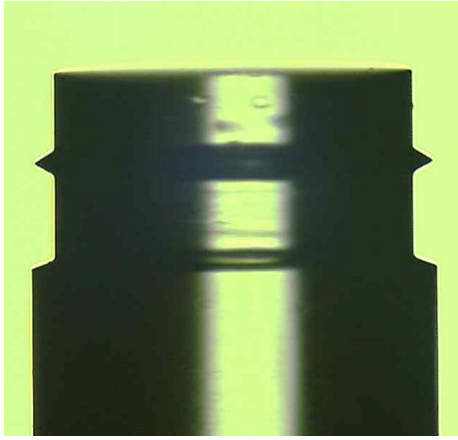


Fig. 46: CaF_2 microcavity fabricated by using ultra-precision cutting machining. The angle of resonance point is 53°.

また Fig. 45 と Fig. 46 の Q 値測定における透過スペクトルを Fig. 47 と Fig. 49 に示す.

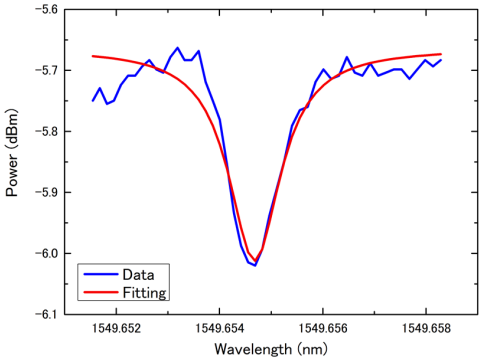


Fig. 47: Transmittance spectrum. Measurement of microcavity(c).

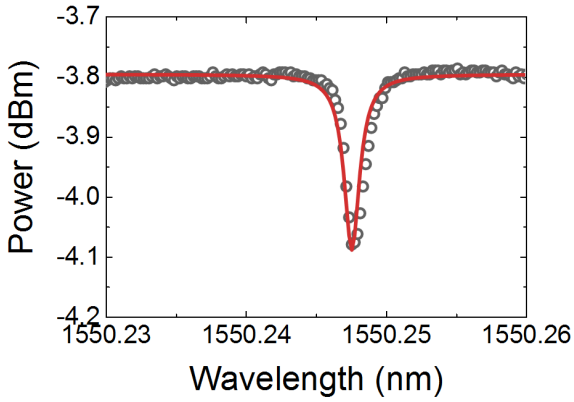


Fig. 48: Transmittance spectrum. Measurement of microcavity(d).

透過スペクトルから得られた Q 値とこれまでの測定結果をまとめ Tab. 4.3 に示す.

共振器	先端の角度 (°)	半径 (μm)	Q 値
a	169	265.3	4.0×10^5
b	152	323.2	7.1×10^5
c	127	204.8	1.2×10^6
d	90	214	1.2×10^6
e	53	250	1.1×10^6

Tab. 4.3 の通り，共振器の先端の角度が小さくなっても Q 値は 1.2×10^6 から向上しなかった. この結果から共振器の先端の角度と Q 値をまとめ Fig. 49 に示す.

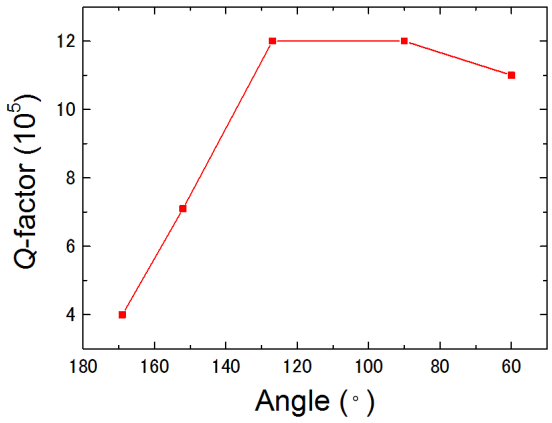


Fig. 49: Figure of relationship between an angle and a Q-factor.

この結果から切削加工によって作製される多結晶層を有する共振器において，共振部分の角度が小さくなるほど Q 値が向上するが，127 ° 以降は 10^6 で飽和することがわかる．このことから先端の角度を 53 ° まで小さくしたとしても多結晶層の影響を受けることが分かる．したがって，切削加工で高 Q 値な共振器を作製するには多結晶層が形成されないような切削加工で共振器を作製する必要がある．

第 III 部

結晶材料を用いた共振器の分散設計

1　理論

1.1　分散

Fig. 50 のようにプリズムに白色光を入射すると，複数の色が別の光路に分かれて進む．これはプリズムの屈折率が光の波長ごとに異なることが要因であり，光学における分散とは入射した光が波長ごとに別々に分離される現象である．次に共振器における分散について考える．共振器において隣り合う共振周波数の間隔は自由スペクトル領域:Free Spectral Range(FSR) といい，以下の式で表される．

$$\nu_{\mathrm{FSR}} = \frac{c}{2\pi n(\omega)R} \tag{27}$$

ここで R と n はそれぞれ共振器の半径と屈折率を表す．この式から角周波数に対して屈折率が一定であれば FSR も一定の値となり，等間隔で共振周波数は広がることが分かる．しかしながら，材料自体の屈折率は周波数 (波長) に依存しているため，FSR は変化してしまう．したがって，共振器において光周波数コムが発生した場合，Fig. 51 のように光周波数コムは周波数に対して等間隔に発生するが，共振器の FSR は変化してしまうため，光周波数コムが発生したとしても共振器に存在できない．つまり，共振器における分散は光周波数コムの発生において発生帯域の広さを決める要因となる．

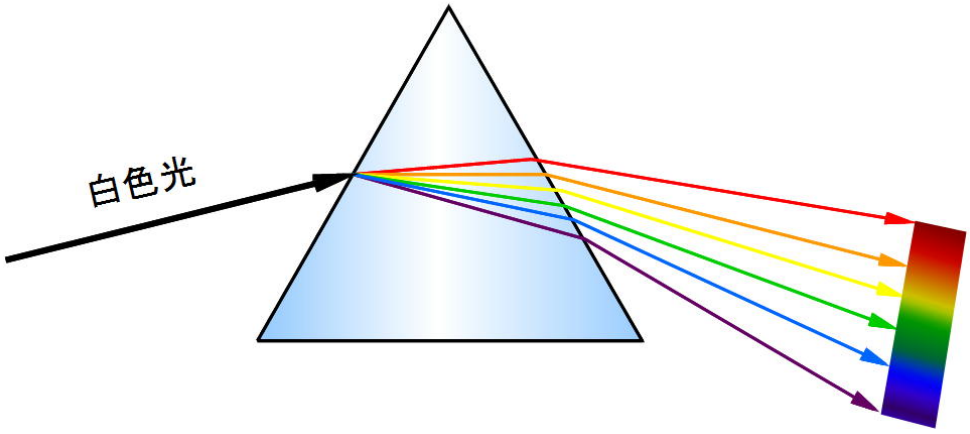


Fig. 50: Schematic illustration of prism.

従来のモードロックレーザーにおいては共振器の分散を制御し最小化する取り組みがなされていた．特にプリズムとチャープミラーによる分散の削減手法が一般的に用いられている．しかしながら，微小光共振器においてはプリズムなどの光学素子を組み込むことができず，分散制御は困難である．そのため，微小共振器自体の分散を制御し削減する必要がある．また，分散を意味するパラメータは $D(\mathrm{ps/nm\cdot km})$,$\beta_2(\mathrm{ps^2/km})$ の 2 つがあるが，本研究においては β_2 を用いる．そして分散の値が正か負によって正分散・負分散や正常分散・異常分散など分野によって呼び方が異なるが本研究においては正常分散，異常分散に統一する．

まず，分散の説明する前に伝搬定数について述べる．伝搬定数 β は角周波数 ω に依存しており，以下のように表される [28]．

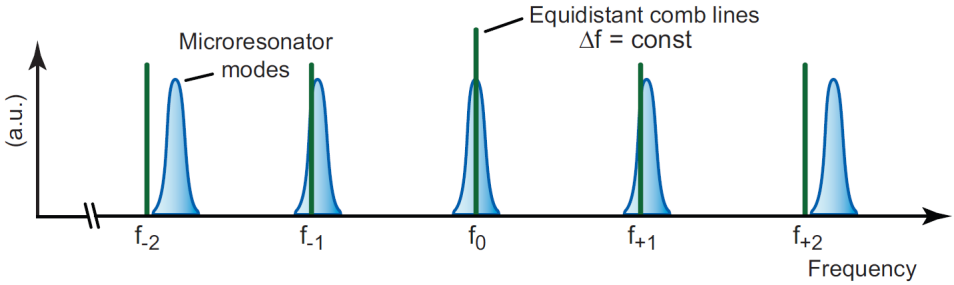


Fig. 51: Frequency comb generation in a dispersive resonator. The mismatch be- tween equidistant frequency comb lines and the non-equidistant resonator modes hinders broadband frequency comb generation in a microresonator..

$$\beta(\omega) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot n(\omega) = \frac{\omega}{c} \cdot n(\omega) \tag{28}$$

ここで λ_0，c，$n(\omega)$ はそれぞれ真空中における波長，光速，角周波数に依存した屈折率を表す．また，伝搬定数 β を中心周波数 ω_0 のまわりでテイラー展開すると以下のように表すことができる．

$$\beta(\omega) = \beta_0 + \beta_1 \cdot (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\beta_2 \cdot (\omega - \omega_0)^2 + \sum_{i=3}^{m} \frac{1}{m!}\beta_m \cdot (\omega - \omega_0)^m \tag{29}$$

ここで

$$\beta_m = [\frac{d^m\beta}{d\omega^m}]_{\omega=\omega_0} (m = 0, 1, 2, \cdots) \tag{30}$$

である．また，パラメータ β，β_1 はそれぞれ以下の式に表される．

$$\phi = \beta \cdot L \tag{31}$$

$$\beta_1 = \frac{d\beta}{d\omega} = \frac{1}{\nu_g} \tag{32}$$

$$T_g = \frac{d\phi}{d\omega} = L \cdot \frac{d\beta}{d\omega} \tag{33}$$

ここで ϕ，L，ν_g，T_g はそれぞれ位相変化量，共振器長，群速度，群遅延を表し，β_1 は単位長さあたりの伝搬遅延時間で群遅延時間と呼ばれる．そしてパラメータ β_2 は群速度分散と呼ばれ以下の式で表される．

$$\beta_2 \equiv \mathrm{GVD} = \frac{\mathrm{d}^2\beta}{\mathrm{d}\omega^2} \tag{34}$$

群遅延 T_g が式 (33) で示されるように群遅延分散ＧＤＤは以下の式で表される．

$$\mathrm{GDD} = \frac{\mathrm{d}^2\phi}{\mathrm{d}\omega^2} \tag{35}$$

そして式 (31) を角周波数で 2 階微分すると以下の式となる．

$$\frac{d^2\phi}{d\omega^2} = \frac{d^2\beta}{d\omega^2} \cdot L \tag{36}$$

つまり群遅延と群速度分散は以下の関係となる．

$$\mathrm{GVD} = \beta_2 = \frac{\mathrm{GDD}}{\mathrm{L}} \tag{37}$$

1.1.1 共振器における分散

l 番目のモードの共振周波数を ν_l とすると，以下の式で表すことができる．

$$\nu_l = \frac{l \cdot c}{2\pi \cdot R \cdot n} \tag{38}$$

ここでの R は共振器の半径を示しており，共振器の実効半径ではない．n は実行的な屈折率を表している．また，先ほど述べたように FSR は一定の値とならないため，共振周波数から 2 次の中心差分を用いて計算すると，FSR と FSR の変化量は以下の式で表すことができる．

$$\Delta\nu_l = \frac{(\nu_{l+m} - \nu_l) + (\nu_l - \nu_{l-m})}{2m} = \frac{\nu_{l+m} - \nu_{l-m}}{2m} \tag{39}$$

$$\Delta(\Delta\nu_l) = \frac{(\nu_{l+m} - \nu_l) - (\nu_l - \nu_{l-m})}{m^2} = \frac{\nu_{l+m} - 2\nu_l + \nu_{l-m}}{2m} \tag{40}$$

$\Delta\nu$，$\Delta(\Delta\nu)$，m はそれぞれ FSR，FSR の変化量，l 番目のモードとのモード間隔を表している．

ここで式 (35) と式 (37) より分散 β_2 は以下の式で表すことができる．

$$\beta_2 = \frac{d^2\phi}{d\omega^2} \cdot \frac{1}{L} = \frac{d}{d\omega} \cdot \frac{d\phi}{d\omega} \cdot \frac{1}{L} \tag{41}$$

式 (33) より $\frac{d\phi}{d\omega}$ は群遅延 T_g であるため，以下の式で表すことができる．

$$T_g = \frac{d\phi}{d\omega} = \frac{L(\omega)}{c} \tag{42}$$

ここで $L(\omega)$ は実行的な光路長を示しており，$\Delta\nu$ と以下の式で表すことができる．

$$\frac{L(\omega)}{c} = \frac{1}{\Delta\nu_l} \tag{43}$$

このことから以下の関係が求められる．

$$\frac{d\phi}{d\omega} = \frac{1}{\Delta\nu_l} \tag{44}$$

また，$\omega = 2\pi\nu$ であるため，$\frac{d}{d\omega}$ は以下の式で表すことができる．

$$\frac{d}{d\omega} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{d\nu} \tag{45}$$

式 (41)，式 (43)，式 (45) から $\frac{d^2\phi}{d\omega^2}$ は以下の式で表すことができる．

$$\frac{d^2\phi}{d\omega^2} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d}{d\nu}\frac{1}{\Delta\nu_l} \tag{46}$$

$$= -\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{(\Delta\nu_l)^2} \frac{d}{d\nu} \Delta\nu_l \tag{47}$$

また，$\nu = l \cdot \Delta\nu_l$ であるため，$\frac{d}{d\nu}$ は以下の式で表すことができる．

$$\frac{d}{d\nu} = \frac{1}{\Delta\nu_l} \cdot \frac{d}{dl} \tag{48}$$

したがって式 (47) は以下のように表すことができる．

$$\frac{d^2\phi}{d\omega^2} = -\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{(\Delta\nu_l)^3} \Delta(\Delta\nu_l) \tag{49}$$

つまり分散 β_2 は式 (41) と式 (49) から以下の式に表すことができる．

$$\beta_2 = -\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{(\Delta\nu_l)^3} \Delta(\Delta\nu_l) \cdot \frac{1}{L} \tag{50}$$

$$= -\frac{1}{4\pi^2 \cdot R} \cdot \frac{\Delta(\Delta\nu_l)}{(\Delta\nu_l)^3} \tag{51}$$

1.1.2 材料分散

共振器の分散においては材料分散と構造分散を考慮する必要がある．まず，材料分散について考える．材料分散は材料の屈折率の波長依存性に起因する．材料の屈折率は以下のセルマイヤーの分散式から求めることができる．

$$n^2(\lambda) = 1 + \sum_{j=1}^{m} \frac{A_j \lambda_j^2}{\lambda_j^2 - \lambda^2} \tag{52}$$

この式において A_j，λ_j は材料固有の値であり，CaF_2 においては以下のようになる．

$$A_1 = 0.5675888 \tag{53}$$
$$A_2 = 0.4710914 \tag{54}$$
$$A_3 = 3.8484723 \tag{55}$$
$$\lambda_1 = 0.050263605 \tag{56}$$
$$\lambda_1 = 0.1003909 \tag{57}$$
$$\lambda_1 = 34.649040 \tag{58}$$
$$\tag{59}$$

CaF_2 の屈折率を Fig. 52 に示す．

分散 β_2 は屈折率の周波数依存性からも求めることができる．$\omega = 2\pi\nu$ から $\frac{d}{d\omega}$ は以下の式で表すことができる．

$$d\omega = -2\pi c \frac{d\lambda}{\lambda^2} \tag{60}$$

$$\frac{d}{d\omega} = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} \cdot \frac{d}{d\lambda} \tag{61}$$

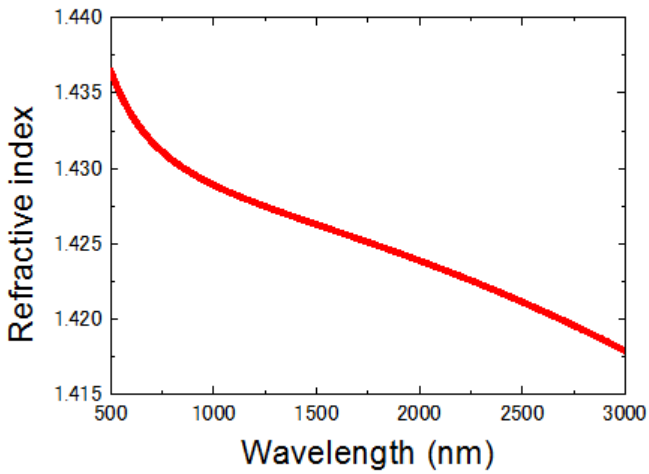


Fig. 52: Refractive index of CaF_2.

式 (28) と式 (61) から分散 β_2 は以下の式で表すことができる．

$$\beta_2 = \frac{d^2\beta}{d\omega^2} \tag{62}$$

$$= (-\frac{\lambda^2}{2\pi c})^2 \frac{2\pi}{\lambda}\frac{d^2n}{d\lambda^2} \tag{63}$$

したがって，材料の屈折率の波長依存性から分散を求めることができる．CaF_2 の材料分散を Fig. 53 に示す．

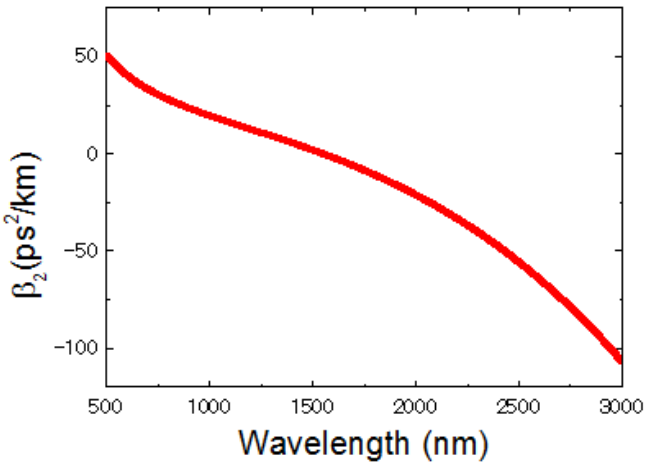


Fig. 53: Material dispersion of CaF_2.

1.1.3 構造分散

構造分散はその名の通り，共振器の構造に起因する．材料分散は材料の屈折率の波長依存性から求めたが，共振器中の光の実効屈折率は構造の影響を受けることが要因となっている．Fig.

54 の様に共振器中に光は閉じ込められるが，光の分布は共振器外にも広がっている．そのため，実効屈折は以下の式で表すことができる．

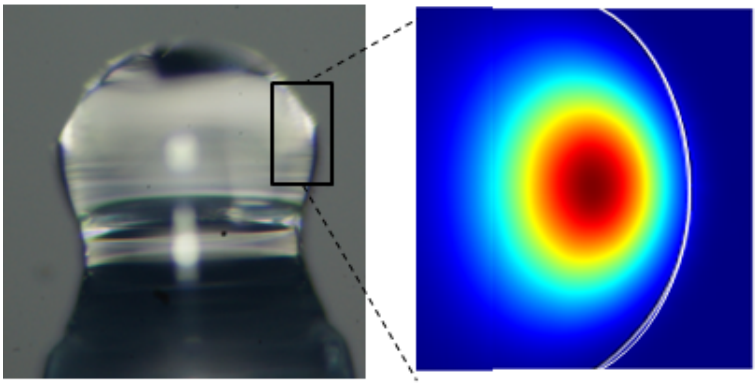


Fig. 54: Sapphire microcavity(left). Electrical field distribution in the cross section(right).

$$n_{eff} = \frac{n_{\mathrm{material}} \cdot \iint_{\mathrm{material}} E \cdot E^* + n_{\mathrm{air}} \cdot \iint_{\mathrm{air}} E \cdot E^*}{\iint_{\mathrm{all}} E \cdot E^*} \tag{64}$$

また，Fig. 55 のように光の分布は波長に依存する．そのため，構造によって実効屈折率の波長依存性も変化する．

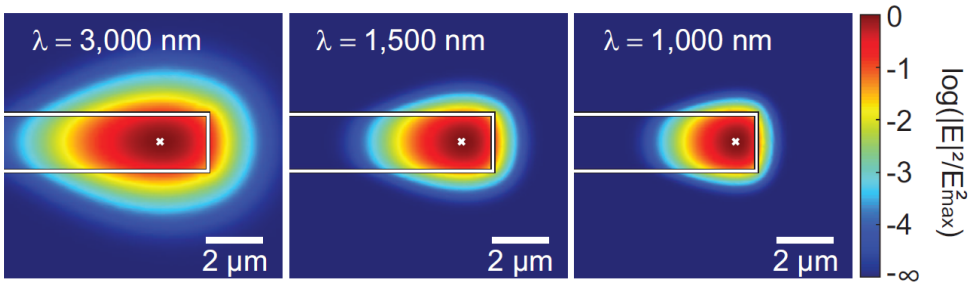


Fig. 55: Electrical field distribution in the cross section of a 2 μm-thick fused silica disk with a major diameter of 100μm.

構造分散の計算では材料分散と同様に実効屈折率から求めらるように思えるが，Fig. 55 のように共振器の実効半径も変化しているため，単純に実効屈折率から求めることはできない．そこで実効半径と実効屈折率を含めた上で共振周波数を求め，式 (50) を計算する必要がある．

1.1.4 共振器全体の分散

これまでの説明で材料分散と構造分散について個別に述べたが，実際の共振器の分散は材料分散と構造分散の両方の影響を受けるため，組み合わせて考える必要がある．屈折率に関して考えると共振器の屈折率は以下の式で表すことができる．

$$n_{\mathrm{total}}(\lambda) = n_{\mathrm{material}}(\lambda) + n_{\mathrm{geometrical}}(\lambda) \tag{65}$$

したがって，材料分散と構造分散の和が共振器全体の分散になると考えられる．しかしながら，実際はこのように考えることができない．材料の屈折率を求める際に使用した共振波長を λ_a と

し，この屈折率と構造を考慮して得られた屈折率から求めた共振器の共振波長を λ_b とすると，λ_a と λ_b はわずかにずれてしまう．つまり，この計算から得られた分散は実際の分散とは異なる．このずれに対して，得られた λ_2 から材料の屈折率求め，再び共振器の共振波長 λ_2 を求めれば，ずれの大きさは小さくなる．この操作を繰り返し行うことでずれが無くなり，共振器の正確な分散が求められる．しかしながら，ずれによる分散の差は小さいため，基本的には材料分散と構造は以下の式で表すことができる．

$$\beta_{2\ \mathrm{total}} \approx \beta_{2\ \mathrm{material}} + \beta_{2\ \mathrm{geometrical}} \tag{66}$$

1.2 光学材料中のパルスの伝搬

群速度分散 β_2 は群遅延の周波数分散に大きさを与える．そして，群遅延の周波数広がりはパルス幅の広がりのことを意味している．パルス幅 $\Delta\tau$ のパルスにおいてスペクトル広がり $\Delta\Omega$ は以下のように表すことができる．

$$\Delta\Omega \approx \frac{1}{\Delta\tau} \tag{67}$$

したがって，群遅延の変化 ΔT は以下の式で表すことができる．

$$\Delta T = \beta_2 \Delta\Omega L = \frac{\beta_2 L}{\Delta\tau} \tag{68}$$

群速度分散 β_2 によるパルス幅の広がり ΔT が元のパルス幅 $\Delta\tau$ と同程度になった場合，パルス波形に対する影響を無視することはできない．この現象が生じる媒質の長さを分散長 (Dispersion length)L_D といい，以下の式で表すことができる..

$$L_D = \frac{\Delta\tau^2}{|\beta_2|} \tag{69}$$

また，光 Kerr 効果による屈折率変化による波数の変化は以下の式で表すことができる．

$$\Delta k = \frac{\omega\Delta n}{c} = \frac{\omega n_2 I}{c} \tag{70}$$

ここでIは光強度を表している．位相変化が1程度となる伝搬距離を非線形長 (nonlinear length)L_{NL} といい，以下の式で表すことができる．

$$L_{\mathrm{NL}} = \frac{c}{\omega n_2 I} = \frac{cA_{\mathrm{eff}}}{\omega n_2 P} \tag{71}$$

ここで n_2, A_{eff}, P はそれぞれ非線形屈折率，モード断面積，パルスのピークパワーを表している．

これら分散長と非線形長がつり合うとき，パルスは波形を保ったまま長距離を伝搬することが可能となる．したがって，つり合いは以下の式で表すことができる．

$$\beta_2 = \gamma P \Delta^2 \tag{72}$$

ここで γ は非線形光学係数であり，以下の式で表すことができる．

$$\gamma = \frac{n_2\omega}{cA_{\mathrm{eff}}} \tag{73}$$

このつり合いをスペクトルで考えると光 Kerr 効果の影響と分散の影響による共振波長の変化量がつり合うということである．

1.3　微小光共振器における伝搬方程式

微小光共振器における光 Kerr コムの発生と広がりを計算する上で，一般化された Lugiato-Lefever 方程式，通称 LL 方程式が計算モデルとして用いられる．これは非線形シュレディンガー方程式に，外部入力とディチューニングの項を追加したものであり，2013 年に S. Coen らによって提案された [29]．計算モデルは以下のように表される．

$$t_{\mathrm{R}}\frac{\partial E}{\partial t} = (-\frac{\alpha}{2} - \frac{\kappa}{2} - i\delta - i2\pi r\sum_{k\geq 2}\frac{\beta_k}{k!}(i\frac{\partial}{\partial\tau})^k + i2\pi r\gamma|E|^2)E + i\sqrt{\kappa}E_{\mathrm{in}} \tag{74}$$

ここで t_{R}, R,α,κ,δ, r,γ はそれぞれ入力光のラウンドトリップタイム，周回数，共振器の内部損失，共振器と導波路の結合，ディチューニング量，共振器，非線形光学係数を表している．

2　計算方法

2.1　分散の計算方法

前節で述べたように，共振器全体の分散は材料分散と構造分散から求めらる．材料分散は材料の屈折率を式 (52) のセルマイヤーの分散式から求め，その屈折率依存性から式 (63) を用いて求めることができる．構造分散は屈折率の波長依存性ではなく，共振周波数から式 (51) を用いて計算する方法が適している．共振周波数は有限要素法 (FEM:Finite Element Method) を使用し求めた．具体的には COMSOL multiphysics において Fig. 56 のように共振器の断面形状を設計し，必要な帯域のモード数において共振周波数を求めた．

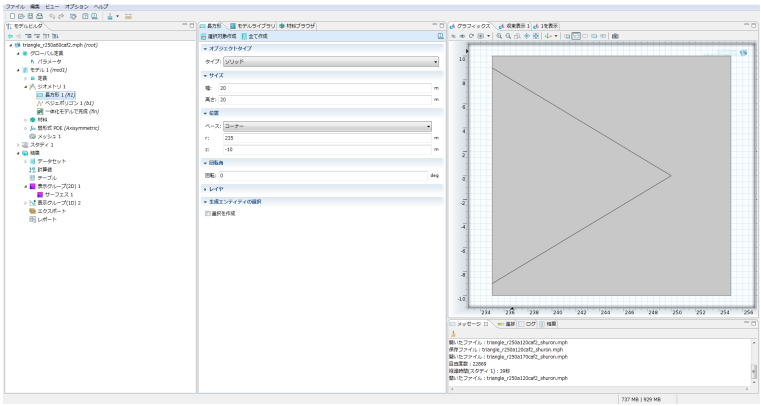


Fig. 56: Image of COMSOL multiphysics.

3　共振器の分散設計

3.1　共振器の設計指針

分散 β_2 を制御するにあたって具体的な制御値を計算する．式 (72) から分散の値は非線形光学係数 γ とパルス幅 $\Delta\tau$ とパルスのピークパワー P から求められる．まず，非線形光学係数から求める．式 (73) から非線形光学係数は非線形屈折率とモード断面積から求められる．CaF_2 の非線形屈折率 n_2 は 1.9×10^{-20} m^2/W であり，半径 350 μm の共振器におけるモード断面積は約 10^4 μm^2 程度であるため，非線形光学係数は約 10 $/Wkm$ となる．次にパルス幅 $\Delta\tau$ を求める．f-2f 干渉に必要な光 Kerr コムの帯域は 1 オクターブであり，スペクトルが 1 オクターブ広がった時のパルス幅はパルス波形が sech 型である場合，以下の式で表すことができる．

$$\Delta\tau\Delta\nu = 0.315 \tag{75}$$

ここで $\Delta\nu$ はスペクトル幅を表し，1 オクターブを 1250 nm から 2500 nm の帯域とするとパルス幅は 3 fs となる．次にパルスのピークパワー P を求める．共振器内パワー U_{cavity} は以下の式で表すことができる．

$$U_{\mathrm{cavity}} = \frac{Q\ \mathrm{FSR}\ P_{\mathrm{in}}}{\omega_0} \tag{76}$$

ここで P_{in} は入力パワーを表す．本研究において入力パワーは 1 W が限界であり，切削加工によって作製した共振器の Q 値も 10^6 が限界であるため，P_{in}, Q はそれぞれ 1 W, 10^6 とした．また，パルス幅，ピークパワー，共振器内パワー，FSR には $\Delta\tau P = U_{\mathrm{cavit}}/\mathrm{FSR}$ の関係がある．これらからパルスのピークパワー P は約 10^5 となる．したがって分散 β_2 の制御値はこれらの値から -20 ps^2/km と求められる．

3.2　共振器の形状ごとの分散

共振器の分散を求めるにあたって Fig. 57(a) と Fig. 58(b) のように断面形状が三角形と長方形の構造分散を求めた．

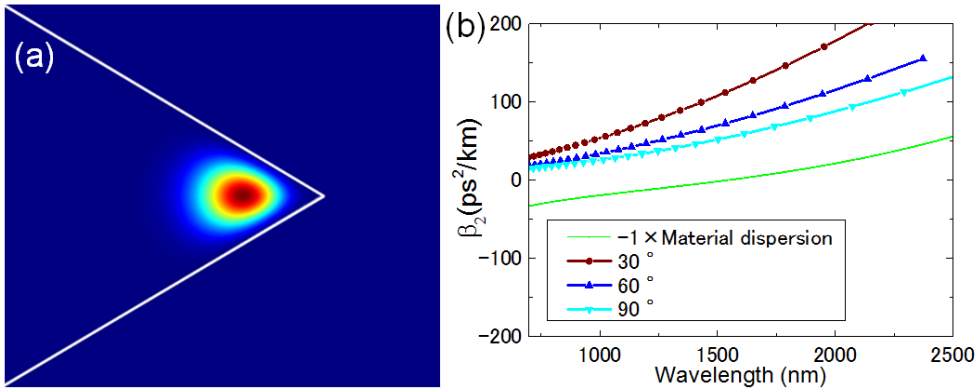


Fig. 57: (a)Electrical field distribution in the cross section of triangle. (b)Geometrical dispersions of (a).

Fig. **??**の断面形状が三角形の共振器の半径は 100 μm であり，先端の角度は 60 ° である．先端の角度が 30 °，60 °，90 ° の共振器の構造分散を Fig. 57(b) に示す．断面形状が三角形の共振器の構造分散は Fig. 57(b) のように角度依存性があり，角度が小さい程，正常分散の値が大きくなることがわかる．

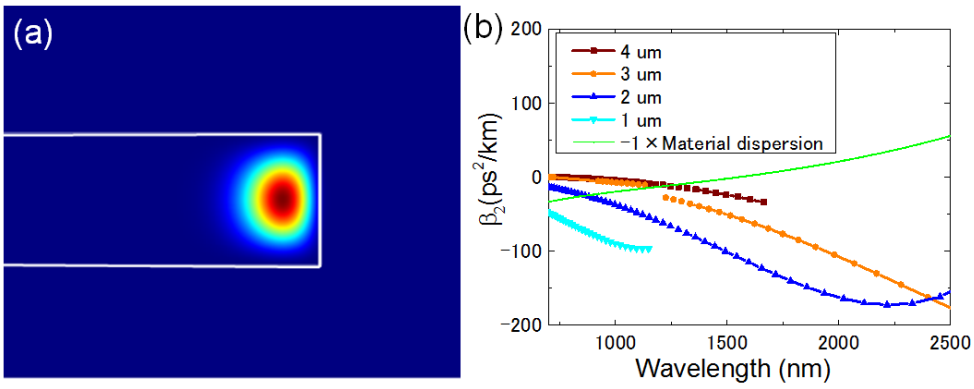


Fig. 58: (a)Electrical field distribution in the cross section of triangle. (b)Geometrical dispersions of (a).

Fig. 58(a) の断面形状が長方形の共振器の半径は 100 μm であり，厚さは 2 μm である．共振器の厚さが 1 μm，2 μm，3 μm，4 μm の共振器の構造分散を Fig. 58(b) に示す．断面形状が長方形の共振器の構造分散は Fig. 58(b) のように厚さ依存性があり，厚さが小さい程，分散が短波長シフトする．

断面形状が三角形の構造は正常分散，長方形の構造は異常分散となった．そこで Fig. 59(a) のように三角形と長方形の中間の構造である台形の構造分散を計算した結果を Fig. 59(b) に示す．台形の上底は 2.3 μm，半径は 100 μm である．

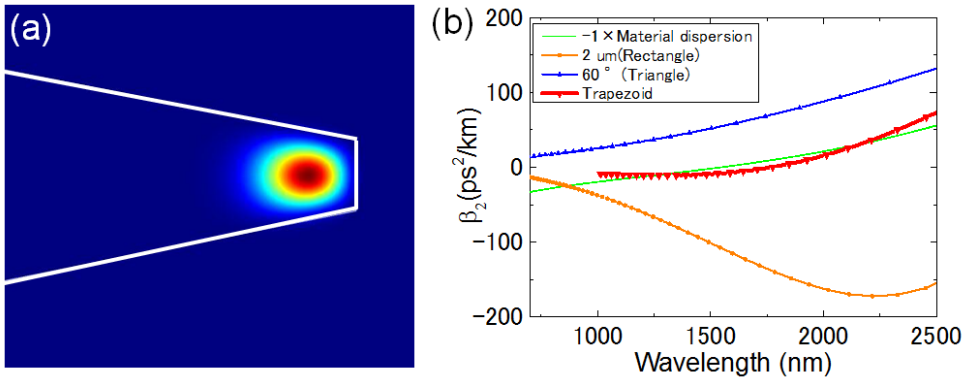


Fig. 59: (a)Electrical field distribution in the cross section of trapezoid.(b)Geometrical dispersions of microcavity which has trapezoidal shape in cross section.

断面形状が台形の構造分散は三角形の正常分散と長方形の異常分散の間の値となった．台形の上底の長さが小さい程，長方形における厚さが小さくなる場合と同じく分散が短波長シフトされた．また，台形の広がり角度が大きくなるほど，形状が三角形に近づき正常分散になっている．

3.3　ゴブレット構造

Fig. 59(a) の断面形状が台形の共振器では異常分散の帯域が 1 オクターブ以下であったため，Fig. 60(a) のように台形形状を上下非対称にすることによって分散制御を行ったところ，Fig. 60(b) のように分散値の変化を確認した．さらに非対称性を統計的に変化させ，Fig. 61(a) の構造においては Fig. 61(b) のように 1 オクターブ以上の異常分散を達成した．

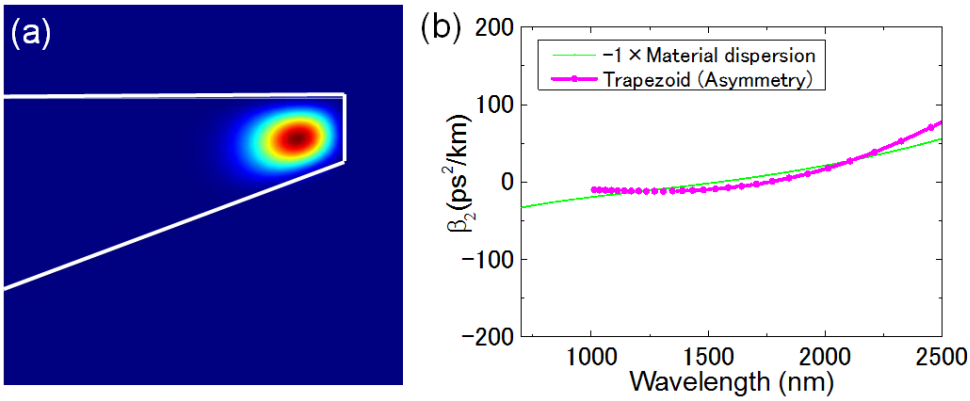


Fig. 60: (a)Electrical field distribution in the cross section of trapezoid(Asymmetry).(b)Geometrical dispersions of microcavity which has trapezoidal(Asymmetry) shape in cross section.

Fig. 61(a) の断面形状から共振器全体の形状を俯瞰するとロッドの先端に皿がついているような構造になるため，この構造を以後ゴブレット構造と呼ぶ．ゴブレット構造の上底などの寸法を Fig. 62 に示す．

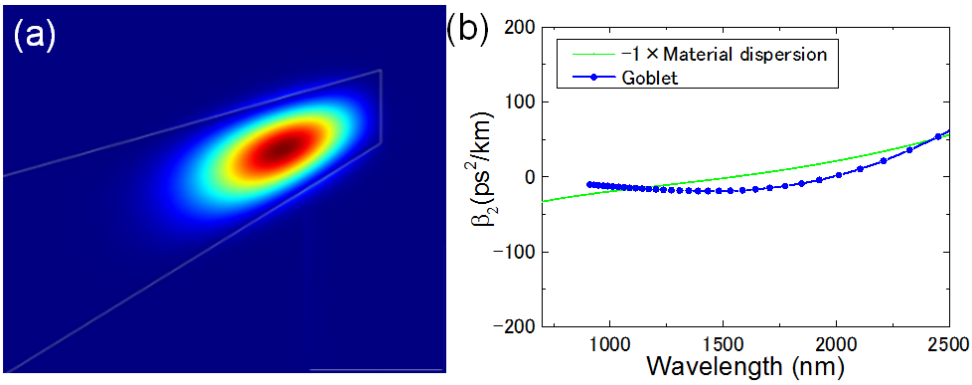


Fig. 61: (a)Electrical field distribution in the cross section of goblet.(b)Geometrical dispersions of microcavity which has goblet shape in cross section.

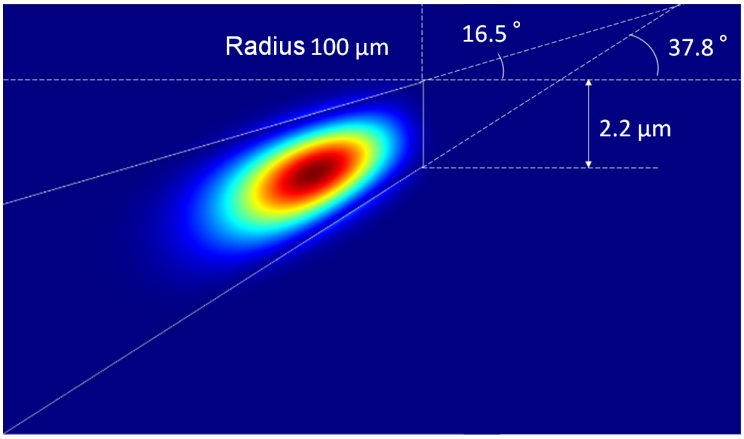


Fig. 62: Dimension of Goblet form.

3.4　作製難易度に着目した構造における分散制御

Fig. 62 のゴブレット構造は非常に微小な構造であり作製が困難であると考えられる．そのため，作製可能な構造において分散制御に取り組んだ．新たな設計指針は Fig. 63 のように a, b, c, r の 4 つのパラメータから構造が求められる．これまでの構造との違いは Fig. 64 の通り，パラメータ b によって台形部分の大きさを小さくし，光の漏れる量を制御している点である．また，パラメータ a の値を大きくすることで強度が向上し，欠けにくい構造設計を行う．

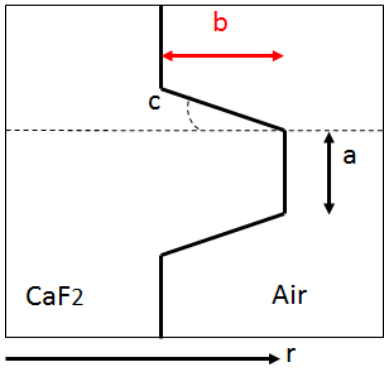


Fig. 63: Illustraion of a new design principle.

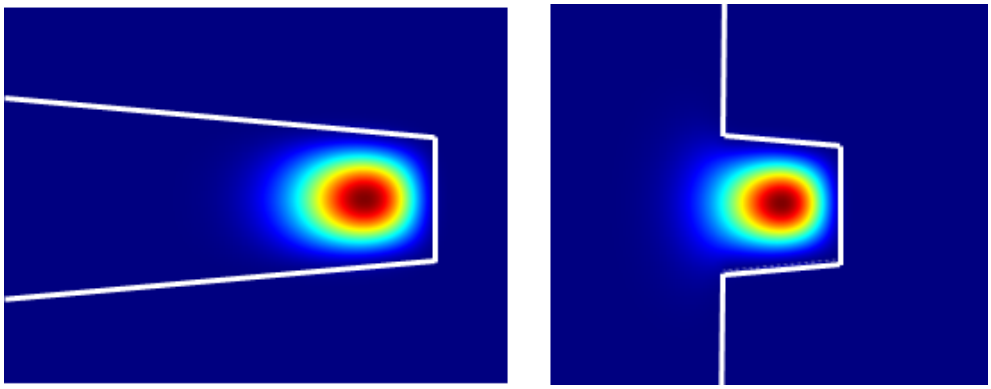


Fig. 64: Electrical field distributions.

Fig. 64 の実際の構造分散は Fig. 63 のように長波長の帯域に近づくほど大きく異なっており，長波長の帯域において光が漏れやすくなっていることが要因となっていることがわかる．

この設計指針を基に 1 オクターブ以上の異常分散を有するようパラメータ a, b, c, r を求めた結果，Fig. 66(A) のように a, b, c, r がそれぞれ 5 μm, 6 μm, 5°, 256 μm の時，Fig. 66(B) のように 1313 nm から 2771 nm の 1.12 オクターブの帯域で異常分散が得られた．

3.5　分散設計された共振器の光 Kerr コム計算

設計したゴブレット構造の共振器において式 (74) の計算モデルを計算した．ゴブレット構造の共振器は切削加工でのみ作製が可能であるため，共振器の Q 値は 2×10^6 とした．また，ゴブレット構造のモード断面積を計算し，非線形光学係数を求めたところ，$\gamma = 2.27 \times 10^{-5}$ W^{-1}m^{-1}

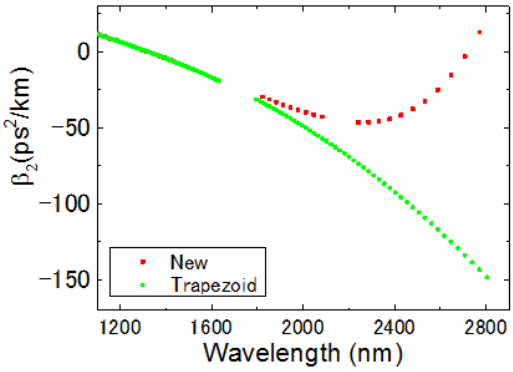


Fig. 65: Geometrical dispersions.

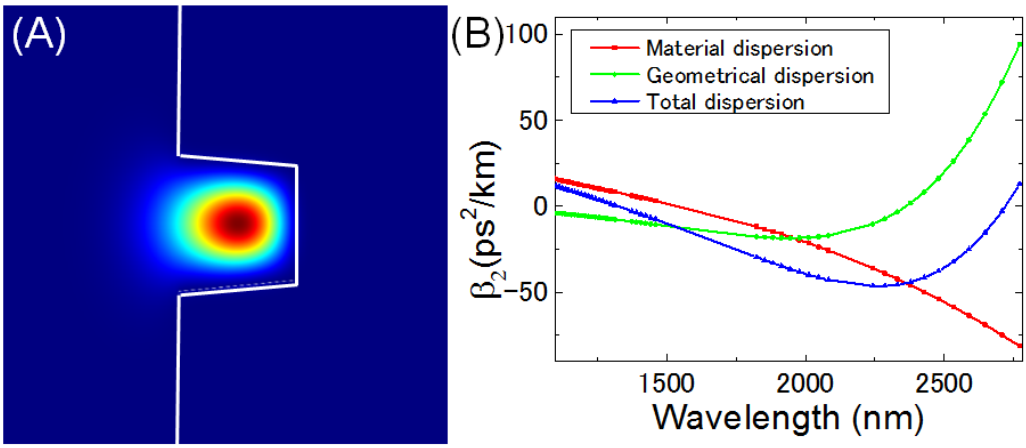


Fig. 66: (A)Electrical field distribution of microcavity. (B)Geometrical dispersions of Fig.66(A).

となった．分散値はFig. 61(b) のゴブレット構造のものを用いた．そして，入力パワーは1 Wとし，スキャンスピード10 $\mu m/s$ で共振波長から長波長側にスキャンを行った結果をFig. 67に示す．

Fig. 67から共振波長から4 pmシフトした波長において1200∼2400 nmの1オクターブの広がりをもつスペクトルが得られた．この時の時間波形はソリトンとなっており，パルス幅は40 fs，ピークパワーは1370 Wとなった．また，この計算における入力波長のスキャンは光Kerr効果による共振波長のレッドシフトを考慮したためである．

第IV部
分散設計した共振器の作製と評価

1　実験方法

1.1　共振器作製方法

前節では超精密非球面加工機を用いて共振器の作製を行ったが，分散制御においてより複雑な形状の共振器を作製するために，Fig. 68の超精密ナノ加工機 (FANUC ROBONANO α-0iB) を用いて行った．この装置の利点は恒温ブースによる温度制御や最小の芯出し精度が10000倍向上する点である．実際の加工の様子をFig. 69に示す．

1.2　分散測定方法

分散測定の方法は透過スペクトルの測定と同じ系で行った．まず，波長可変レーザーを用いて1480 nmから1640 nmで掃引した．波長可変レーザーの分解能は1 pmであるため，スキャンスピード，分解能はそれぞれ5 pm/s，1 pmに設定した．例として透過スペクトルの一部とそれを拡大したものをFig. 70に示す．Fig. が示すように共振波長同士の間隔がFSRであり，隣り合うFSRの差分がFSRの変化量である．透過スペクトル測定から得られたFSRとその変化量から式を計算し分散を求めた．

レーザーの分解能から分散 β_2 の分解能を求める．レーザーの分解能を x とし，FSRとその変化量の分解能をそれぞれAとBとすると，式から以下の式で表すことができる．

$$A = \frac{2x}{2m} = \frac{x}{m} \tag{77}$$

$$B = \frac{4x}{m^2} \tag{78}$$

分散 β_2 の分解能の計算においてFSRの分解能は無視できるため，分散の分解能 $\Delta\beta_2$ は以下の式で表すことができる．

$$\Delta\beta_2 = -\frac{1}{4\pi^2 R\ \mathrm{FSR}^3}\frac{4x}{m^2} \tag{79}$$

レーザーの波長分解能が1 pmであるため，周波数分解能は100 MHzである．したがって，分散計算において共振器の半径が350 μm，モード間隔mが1の場合の分散の分解能 $\Delta\beta_2$ は 10^4 ps^2/kmとなる．共振器の分散 β_2 は通常 $-100 \sim 100$ ps^2/kmの値となるため，このモード間隔mが1の場合において分散を正確に測定することはできない．ここで共振器半径が350 μnの場合おけるモード間隔mと分散の分解能 $\Delta\beta_2$ の関係を以下の表にまとめる．mの値が大きい程，分散を求める帯域が狭くなるため，本研究においては $m = 50$ で分散測定を行った．

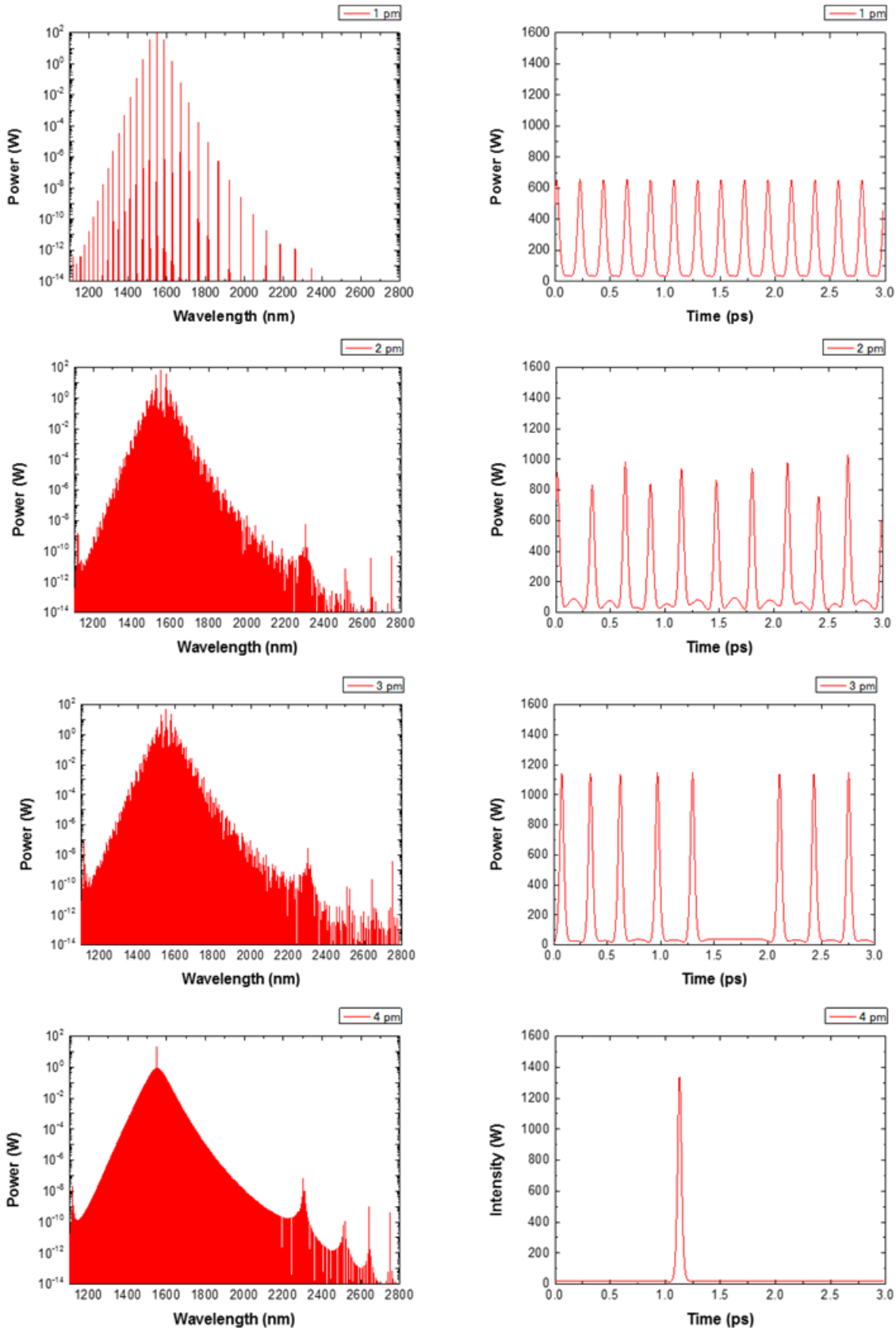


Fig. 67: Intra-cavity power in simulation. Input power is 1 W and scan speed is 10 μm. Optical Kerr frequency combs are generated over one octave using the tailored dispersion. (Left). Temporal waveform per round trip (Right).

Fig. 68: FANUC ROBONANO α-0iB.

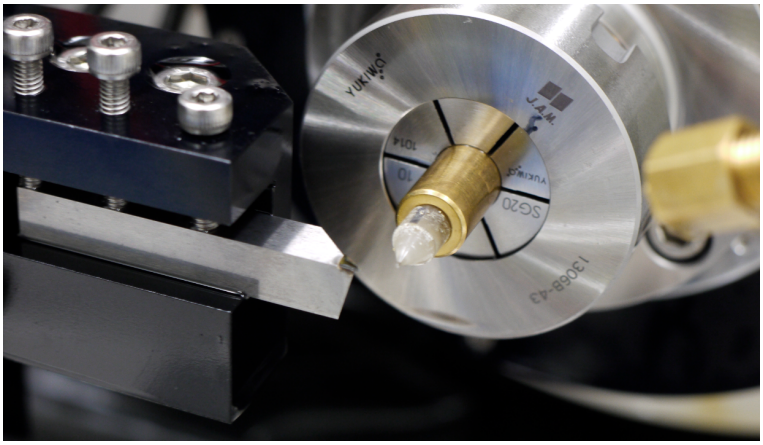


Fig. 69: Fabrication of CaF_2 WGM microcavity by using ROBONANO.

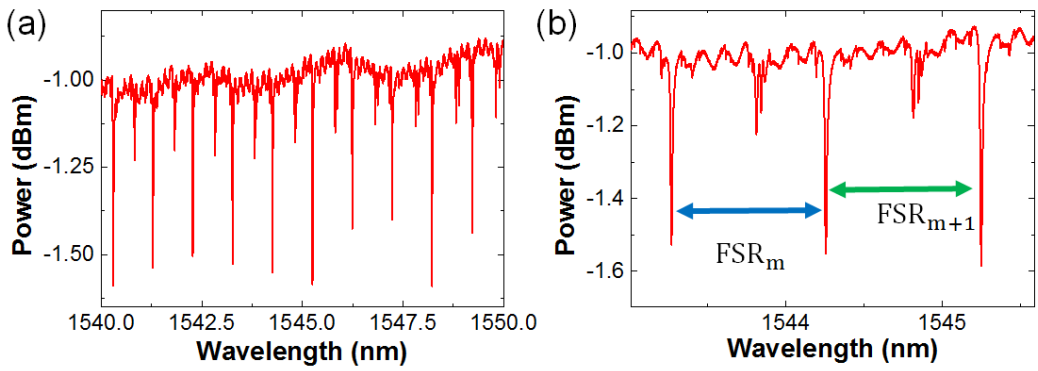


Fig. 70: Transmittance spectrum.

Table. 6: Mode space m and resolution of dispersion.

m	1	5	10	30	50	70
$\Delta\beta_2$ (ps^2/km)	1.6×10^4	675	170	19	7	3

2　設計した共振器の作製と評価

2.1　共振器の作製

2.1.1　ゴブレット構造の作製

Fig. 62 のゴブレット構造を切削加工によって作製を行った結果を Fig. 71 に示す．Fig. 71 の通り，ゴブレット構造の台形部分が欠けてしまい，作製に失敗した．

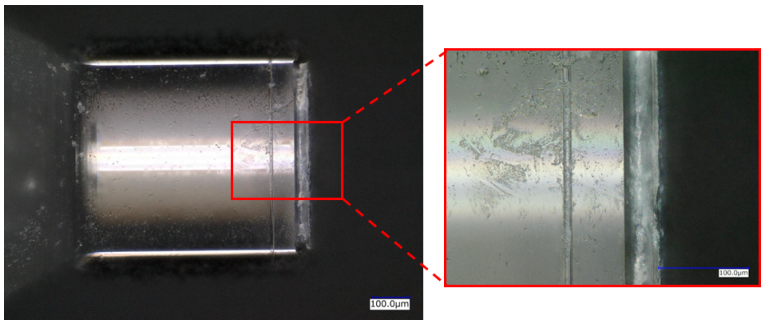


Fig. 71: Fbrication result of microcavity which has goblet form.

ゴブレット構造の上底がわずか 2.3 μm しかなく，作製自体が困難かつ，作製できたとしても表面を滑らかにすることは困難であると同大学システムデザイン工学科柿沼研究室に説明を受けた．

2.1.2　作製難易度を考慮した共振器の作製

Fig. 66(A) の作製難易度を考慮した共振器の作製を行った．この共振器の作製は同大学システムデザイン工学科柿沼研究室所有の装置でなく，ROBO-NANO を用いて切削加工による作製を行った．そして，Fig. 72 のように共振器の作製に成功した．

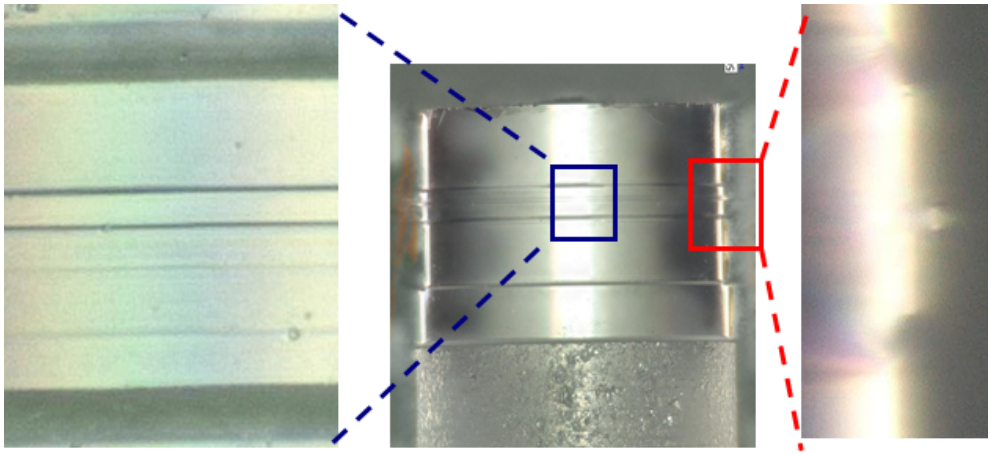


Fig. 72: Microscope image of microcavity. (left)surface (center)whole structure (right)side view

Zygo によってこの共振器の表面の状態を測定し，その結果を Fig. 73 と Fig. 74 に示す．

Fig. 73 から設計した通りの断面形状が作製できていることが分かる．また共振部分における表面粗さは厚さが非常に薄いため測定できなかった．そこで共振部分と同様の加工がなされた Fig. 74 の左部の表面粗さを求めた．同様な加工がなされているため同じ表面粗さであると考えられ，測定した結果，表面粗さ RMS は 3 nm が得られた．

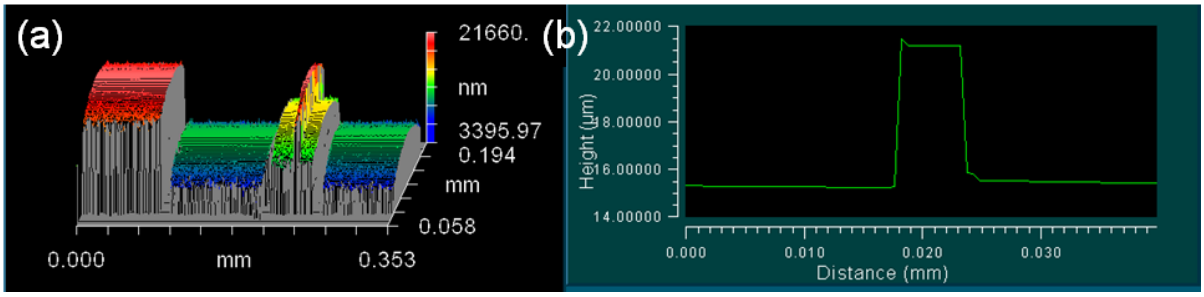


Fig. 73: Microscope image of microcavity. (left)surface (center)whole structure (right)side view

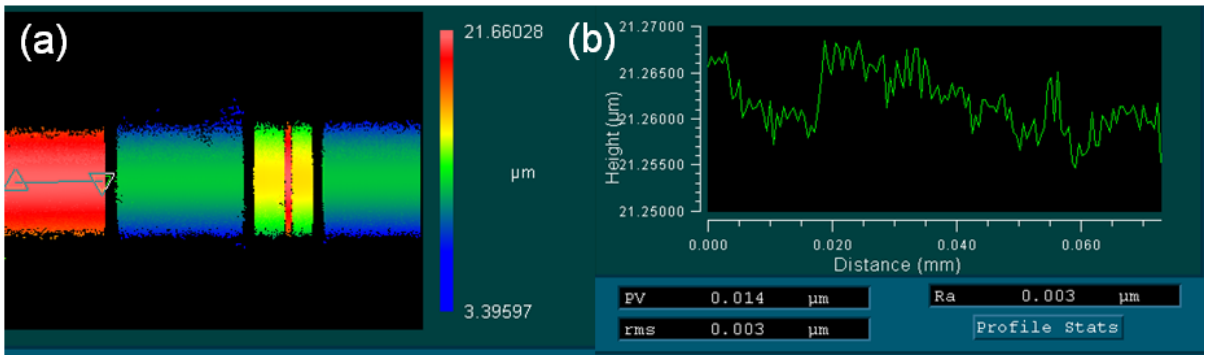


Fig. 74: Microscope image of microcavity. (left)surface (center)whole structure (right)side view

2.2 共振器の分散測定

2.2.1 分散制御を行っていない共振器の分散測定

まず，分散測定を Fig. 75 の 3 つの共振器で行った．以降 3 つの共振器を Fig. 75(A) から順に共振器 (A)，共振器 (B)，共振器 (C) と呼ぶ．

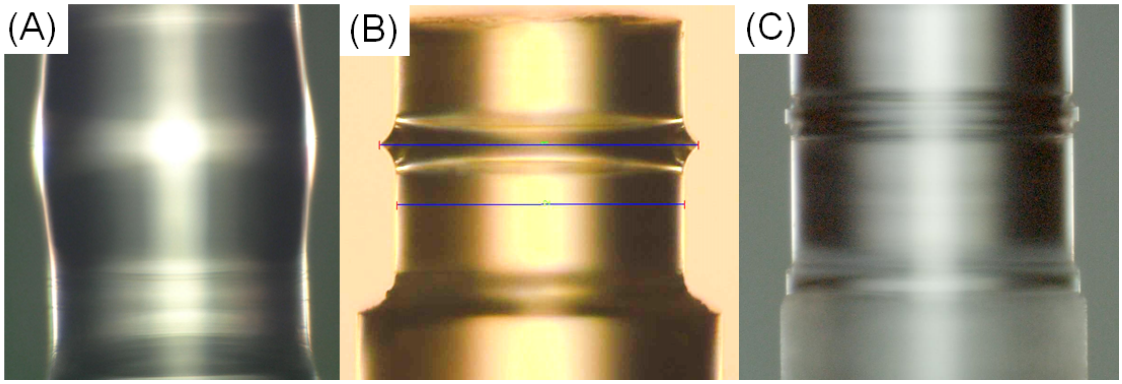


Fig. 75: Microscope image of microcavity(A).

それぞれの共振器の共振部分の断面形状における光の分布を Fig. 76 に示す．

Fig. 75(A) の示す通り，共振器 (A) の共振部分の断面形状は三角形であり，その角度は 170 °，半径は 149 μm である．Fig. 75(B) の示す通り，共振器 (B) の共振部分の断面形状は三角形であり，その角度は 90 °，半径は 212 μm である．Fig. 75(C) の示す通り，共振器 (C) の共振部分の断面形状は台形であり，台形の 2 つの脚の延長線が交わる角度は 120 °，半径は 233 μm であ

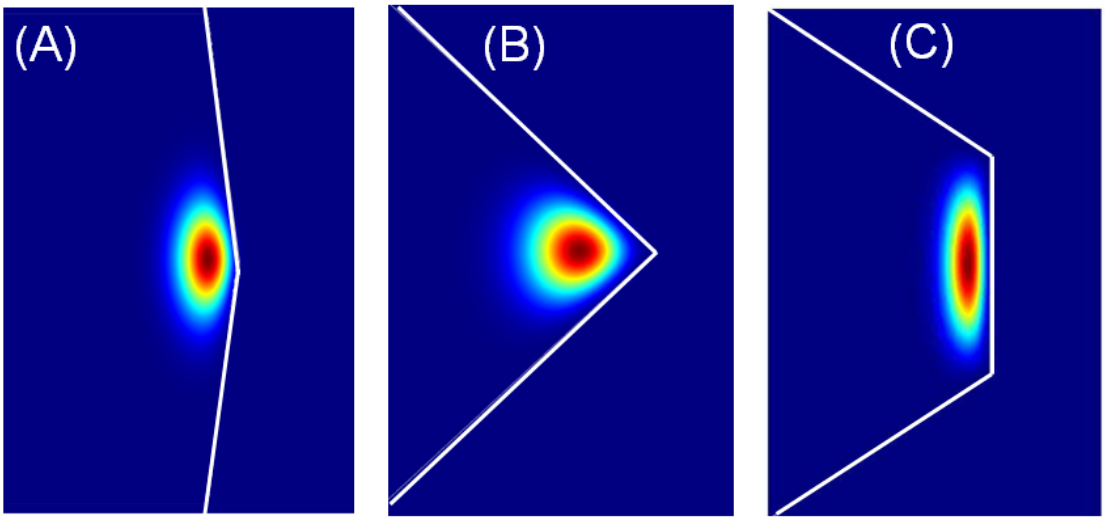


Fig. 76: Electrical field distributions of microcavity(A), (B) and (C).

る．また，それぞれの共振器の分散測定結果を Fig. 77 に示す．

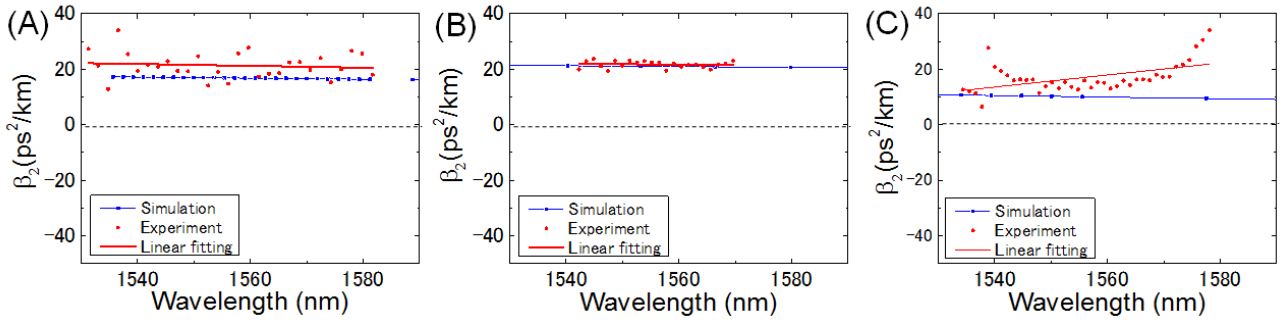


Fig. 77: Dispersion of microcavity(A), (B) and (C).

分散の測定結果において青の線が各構造における分散の理論値，赤の点が分散の実験値，赤の線が実験値を線形でフィッティングしたものとなっている．それぞれの実験値は理論値に近い正常分散となった．分散の測定帯域は波長可変レーザーの帯域と $\Delta(\Delta\nu)$ を 2 次の中心差分で求める際のモード間隔 m の値に依存しており，本研究での測定範囲は 1530 nm から 1580 nm となっている．

2.2.2　分散制御を行った共振器の分散測定

Fig. 72 の共振器の分散を測定した結果を Fig. 78 に示す.

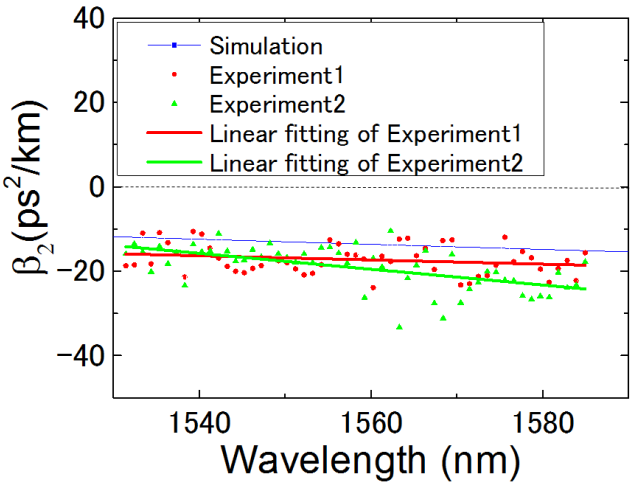


Fig. 78: Total dispersion of Fig.72.

Fig. 78 において青線は分散の理論値を表している．この共振器においては同様の分散測定を 2 回行った．赤点と緑点はそれぞれ 1 回目と 2 回目の測定結果であり，赤線と緑線はそれぞれの測定結果の線形フィッティングを求めたものである．

2 回の測定において共に理論値に近い異常分散を得ることができた．ただ，Fig. 78 のように，この測定帯域は目的であった 1 オクターブの帯域に対して非常に狭い帯域となっている．したがって，この共振器は計算上 1 オクターブ以上の帯域で異常分散となるが，実験では一部の帯域でしか異常分散を確認できていないため，1 オクターブの異常分散を有する共振器とは言えず，1 オクターブの異常分散を有すると見込める共振器である．

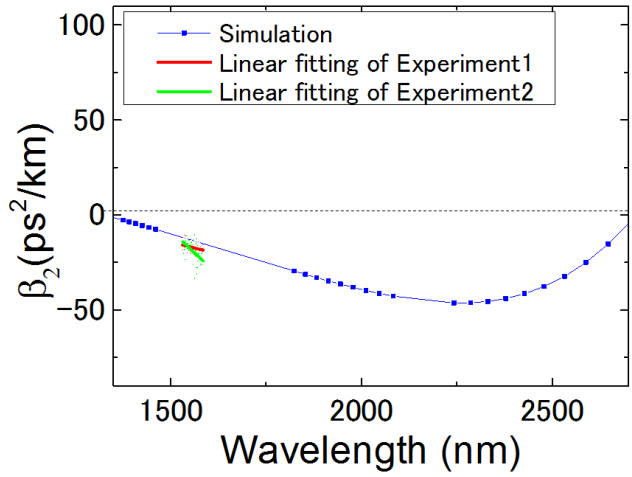


Fig. 79: Total dispersion of Fig.72.

先行研究との比較を Tab. 2.2.2 に示す．異常分散が最も広帯域になっていることが分かる．また，実際に作製された共振器の中で最も小さく，半径はこれまでの 1/3 程度の大きさとなったため，同じ Q 値の共振器に対して 3 倍程度低パワーで光 Kerr コムの発生が可能となる．

Table. 7: Comparison with previous studies.

Anomalous dispersion range (octave)	Q-factor	Radius (μm)	Method	Refference
1.02	2.7×10^5	114	calculation	(1)
0.39	1×10^8	750	experiment	(2)
0.62	1.6×10^8	1500	experiment	(3)
1.11(calculation)	1.2×10^6 (experiment)	262 (experiment)	both	this study

2.3 光 Kerr コムの検討

作製した共振器の Q 値を透過スペクトルを測定することで求めた．透過スペクトルを Fig. 79 に示す．

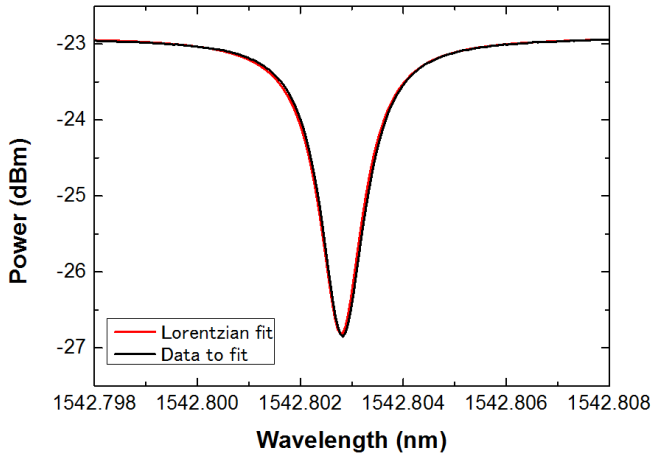


Fig. 80: Transmittance spectrum. Measurement of Fig.72.

この結果から共振器の Q 値は 1.2×10^6 となった．また，モード体積は 1.2×10^4 μm^3 である．光 Kerr コムの発生に必要な入力パワー P_{th} は以下の式から求められる．

$$P_{\mathrm{th}} = \frac{2\pi n^2 V}{\lambda n_2 Q^2} \tag{80}$$

この式において V，n_2 はそれぞれモード体積，非線形屈折率を表す．作製した共振器の Q 値とモード V から P_{th} は 5.5 W となる．つまり，現状の実験装置では 1 W しか入力できないため，光 Kerr コムを発生させることはできない．Q 値の向上には前節で述べたように多結晶層を研磨加工で取り除く必要があるが，研磨加工によって形状が大きく変わり，正常分散となるため，研磨加工はできず，Q 値の向上は困難である．したがって半径を小さくすることでモード体積を削減できれば P_{th} が小さくなり，1 W の入力で光 Kerr コムを発生させることができる．

そこで新たに共振器の半径を 100 μm とし，モード体積が微小になる共振器において分散設計を行った．また，実際に作製できた Fig. 72 の構造を参考に断面形状が台形形状で設計を行った．設計した形状を Fig. 81(a) に示す．Fig. 81(a) のように a, b, c, r がそれぞれ 3 μm, 5 μm , 5.7 °, 100 μm の時，Fig. 81(b) のように 1177 nm から 2481 nm の 1.25 オクターブの帯域で異常分散が得られた．この共振器が仮に実際に切削加工で作製できた共振器と同じ 1.2×10^6 の Q 値を持つとする．モード体積を計算したところ 2.2×10^3 μm^3 であったため，光 Kerr コムの発

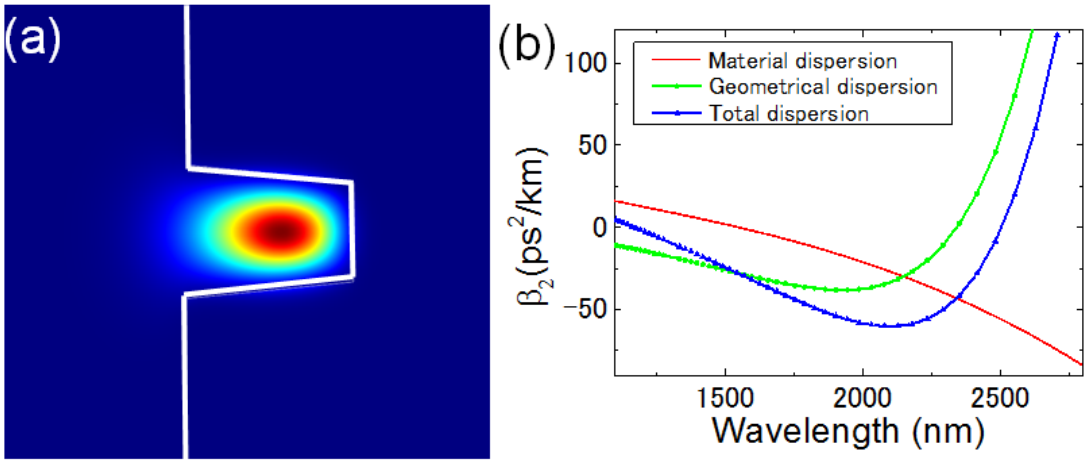


Fig. 81: (A)Electrical field distribution of microcavity. (B)Geometrical dispersions of Fig.81(a).

生に必要な入力パワーは 1.0 W となり，現状の実験装置によって光 Kerr コムを発生させることができる．

第 V 部
結論

1　結論

1.1　結晶材料を用いた共振器の作製と評価

切削加工によって共振部分の角度が 52°，Q 値が 10^6 の共振器を作製した．研磨加工によって Q 値が 10^7 の共振器を作製した．切削加工によって作製した共振器の表面には多結晶層が存在しており．Q 値を下げる要因であることを示した．また，共振部分の角度を 52° まで小さくした場合においても表面の多結晶層の影響を無くすことができないことを示した．今後，切削加工によって作製した複雑な断面形状を有する共振器の Q 値を向上させるには多結晶層が生じない切削加工を用いるか，切削加工後に形状を変えずに済む加工方法で多結晶層を取り除く必要がある．

1.2　分散設計した共振器の作製と評価

共振器の共振部分の断面形状を制御することで分散の制御を行った．ゴブレット構造が 1 オクターブ以上の異常分散を有することを計算において確認した．また，作製可能な形状において 1 オクターブ以上の異常分散を有する共振器を設計した．実際に作製した共振器において 1530 nm から 1580 nm の帯域において理論値に近い異常分散を測定した．したがって 1 オクターブ以上の異常分散を有すると見込める共振器を作製した．

参考文献

[1] K. J. Vahala, “Optical microcavities,” Nature **424**, 839–846 (2003).

[2] 國分康雄, **光波光学**, (共立出版, 2007).

[3] V. Almeida, C. Barrios, R. Panepucci, M. Lipson, M. Foster, D. Ouzounov, and A. Gaeta, ”All-optical switching on a silicon chip,” Opt. Lett. **29**, 2867-2869 (2004).

[4] T. Tanabe, M. Notomi, E. Kuramochi, A. Shinya, and H. Taniyama, ”Trapping and delaying photons for one nanosecond in an ultrasmall high-Q photonic-crystal nanocavity,” Nature Photonics **1**, 49-52 (2006).

[5] V. Braginsky, M. Gorodetsky, and V. Ilchenko, ”Quality-factor and nonlinear properties of optical whispering-gallery modes,” Physics Letters A **137**, 393-397 (1989).

[6] S. Nakayama, S. Ishida, S. Iwamoto, and Y. Arakawa, ”Effect of cavity mode volume on photoluminescence from silicon photonic crystal nanocavities,” Appl. Phys. Lett. **98**, 171102-171102 (2011).

[7] G. Rempe, R. Thompson, and H. Kimble, ”Measurement of ultralow losses in an optical interferometer,” Opt. Lett. **17**, 363-365 (1992).

[8] I. Grudinin, A. Matsko, A.Savchenkov, D. Strekalov, V. Ilchenko, and L. Maleki, ”Ultra high Q crystalline microcavities,” Optics Communications. **265**, 33-38 (2006).

[9] Bumki Min, Lan Yang, and Kerry Vahala, ”Perturbative analytic theory of an ultrahigh-Q toroidal microcavity,” phys. rev. A **76**, 013823 (2007).

[10] A. A. Savchenkov, V. S. Ilchenko, A. B. Matsko, and L. Maleki, ”Kilohertz optical resonances in dielectric crystal cavities,” Phys. Rev. A **70**, 051804(R)(2004).

[11] T. Kippenberg, S.Spillane, and K. Vahala, ”Demonstration of ultra-high-Q small mode volume toroid microcavities on a chip,” Applied Physics Letters. **85**, 6113-6115 (2004).

[12] I. S. Grudinin, A. B. Matsko, A. A. Savchenkov, D. Strekalov, V. S. Ilchenko, and L. Maleki, ”Ultra hight Q crystalline microcavities,” Optics Communication 265, 33 (2006).

[13] Th. Udem, R. Holzwarth, and T. W. H ¨ ansch, “ Optical frequency metrology, ” Nature 416, 233-237 (2002).

[14] L.-S. Ma, Z. Bi, A. Bartels, L. Robertsson, M. Zucco, R. Windeler, G. Wilpers, C. Oates, L. Hollberg and S. Diddams , “ Optical Frequency Synthesis and Comparison with Uncertainty at the 10^{-19} Level, ” Science 303, 1843 (2004).

[15] 応用物理 79, 546-549 (2010).

[16] D. J. Jones, S. A. Diddams, J. K. Ranka, A. Stentz, R. S. Windeler, J. L. Hall, and S. T. Cundiff, “ Carrier-Envelope Phase Control of Femtosecond Mode-Locked Lasers and Direct Optical Frequency Synthesis, ” Science 288, 635?639 (2000).

[17] P. Del ’ Haye, A. Schliesser, O. Arcizet, T. Wilken, R. Holzwarth, and T. J. Kippenberg , “ Optical frequency comb generation from a monolithic microresonator, ” Nature 450, 1214-1217 (2007).

[18] 砥粒加工学会, **図解　砥粒加工技術のすべて**, (工業調査会, 2006).

[19] I. S. Grudinim, ”CRYSTALLINE WHISPERING GALLERY MODE RESONATORS FOR QUANTUM AND NON-LINEAR OPTICS,” Dissertation(Ph.D.), California Institute of Technology(2008).

[20] Lin Zhang, Chengying Bao, Vivek Singh, Jianwei Mu, Changxi Yang, Anuradha M. Agarwal, Lionel C. Kimerling, and Jurgen Michel, ”Generation of two-cycle pulses and octave-spanning frequency combs in a dispersion-flattened micro-resonator,” Opt. Lett. **38**, 5122-5125 (2013).

[21] Ivan S. Grudinin and Nan Yu, ”Dispersion engineerring of crystalline resonators via microstructuring,” Optica **2**, 221 (2015).

[22] I. S. Grudinin, A. B. Matsko, A. A. Savchenkov, D.Strekalov, V. S. Ilchenko, and L. Maleki, ”Ultra hight Q crystalline microcavities,” Optics Communication 265, 33 (2006).

[23] Dr. Victor Bellitto, Atomic Force Microscopy - Imaging, Measuring and Manipulating Surfaces at the Atomic Scale, (2012).

[24] 黒田和男, 『非線形光学』, コロナ社 (2008).

[25] T. J. Kippenberg, R. Holzwarth, and S. A. Diddams, “ Microresonator-Based Optical Frequency Combs, ” Science 332, 555?559 (2011).

[26] F. Ferdous, H. Miao, D. E. Leaird, K. Srinivasan, J. Wang, L. Chen, L. T. Varghese, and A. M. Weiner, “ Spectral line-by-line pulse shaping of on-chip microresonator frequency combs, ” Nature Photonics 5, 770?776 (2011).

[27] I.S. Grudinin, Nan Yu, Lute Maleki, Opt. Lett. 34, 878-880 (2009).

[28] G. Agrawal, Nonlinear Fiber Optics, Academic Press, 2006.

[29] S. Coen, H. G. Randle, T. Sylvestre, and M. Erkintalo, “ Modeling of octave-spanning Kerr frequency combs using a generalized mean-field Lugiato-Lefever model, ” Opt. Lett. **38**, 37-39 (2013).