目次

第 1 章　序論 3

1.1　はじめに . . . 3

1.2　微小光共振器 . . . 4

1.2.1　光共振器とは . . . 4

1.2.2　微小光共振器の種類 . . . 6

1.2.3　微小光共振器の応用 . . . 11

1.3　誘導ブリルアン散乱 . . . 14

1.3.1　誘導ブリルアン散乱の応用 . . . 17

1.4　本研究の目的 . . . 19

1.4.1　動機・先行研究 . . . 19

1.4.2　本研究の概要・目的 . . . 22

第 2 章　結合共振器 23

2.1　理論 . . . 23

2.1.1　結合モード理論 . . . 23

2.1.2　結合強度 . . . 30

2.2　テーパ光ファイバの作製 . . . 36

2.3　シリカトロイド共振器の作製 . . . 37

2.3.1　通常のトロイド共振器 . . . 37

2.3.2　エッジトロイド共振器 . . . 39

2.4　結合共振器の測定 . . . 41

2.4.1　アライメント . . . 41

2.4.2　共振周波数チューニング . . . 42

2.4.3　ブリルアン周波数シフトに対応する結合の実現 . . . 44

第 3 章　ブリルアン発振 47
3.1　基本理論 47
3.2　微小光共振器におけるブリルアン発振 49
3.3　実験セットアップ 51
3.4　結果 52
3.5　考察 53
3.5.1　閾値について 53
3.5.2　高次ストークス光の発生 56

第 4 章　結論 58

参考文献 60

謝辞 65

第 1 章

序論

1.1　はじめに

1980 年代から 90 年代にかけて実現されたコンピュータを中心とする情報処理技術と通信技術の革新的な発達により，インターネットを通じて誰でも気軽に情報のやり取りができるようになった．今日ではその流れは加速し，高度情報化社会により，その情報量は爆発的な勢いで増加している．最近ではスマートフォンの台頭により，携帯電話が電話やメールなどといった連絡手段の用途だけでなく動画やソーシャルゲームなどといった用途が増え，情報量が旧来の携帯電話端末よりも約 10〜20 倍になると言われている．当然，その情報量の爆発的な増加に対応するように，シリコンの半導体チップ上に多数の素子を集積した LSI の研究が進み，それにより，人々の生活は大きく変化し，便利なものになった．特に集積回路の研究は「集積回路の集積密度は 18〜24 ヶ月で 2 倍になる」といったムーアの法則に沿って，その性能を向上させていった．ムーアの法則は経験則であり，Intel 社の創設者の一人であるゴードン・ムーアが 1965 年に提唱した．しかし，最近では LSI の研究において，ムーアの法則の限界が危惧され，集積回路が微細化するにつれて情報を処理する上での消費エネルギーの増加が懸念され始めてきた．その消費エネルギーの増加の一因として，電気抵抗を持つ媒体に電気が通ることによって生じる熱エネルギーが挙げられる．そこで最近では電気回路を光回路で置き換えようという機運が高まっている．光というのは，電気に比べて熱による損失が非常に小さいので，一般的に伝送する上ではとても優れた特性を持っている．その例として最も有名なのが長距離伝送を可能にした光ファイバであろう．光ファイバにおける研究は 2009 年にチャールズ・K・カオ氏がノーベル物理学賞を受賞している．ただし，光は他の物質との相互作用が小さいのが特徴であるため，信号処理の観点から見るとあまり適していない．しかし，微小光共振器

などにより，光と物質との相互作用を強めることで，信号処理を行おうとする研究が盛んに行われ始めている．信号処理を行う上では，光メモリや光スイッチなど光を制御することが必要となってくる．そこで本論文では，その光を制御するために重要な物理現象である誘導ブリルアン散乱を微小光共振器を用いて発生させることに焦点を当てた．

1.2 微小光共振器

1.2.1 光共振器とは

光共振器は複数のミラーによって構成されており，特定の波長の光をその共振器内に閉じ込めることができる．このように光共振器には波長選択性があるために，光学フィルタや光スペクトルアナライザとして応用されている．もう 1 つ光共振器の応用例として重要なのがレーザ光の発生である．光共振器の最も単純なものとして，対向した 2 枚のミラーから構成されるファブリーペロー共振器がある．ファブリーペロー共振器の 2 枚のミラーに利得媒質を配置することで，特定の波長をもつ光がそのミラー間を往復し，何度も利得媒質を通過することで，光が増幅され，片方のミラーからレーザ光が放射される．これが基本的な共振器を用いたレーザの原理である．他の応用としては共振器長を数キロメートルにしたファブリーペロー共振器を組み合わせて，マイケルソン干渉計を構成することで，重力波による光の位相の変化を高感度に検出することも可能となる．2016 年には全米科学財団と国際研究チームがアメリカの重力波望遠鏡 LIGO(Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory) を用いて重力波を検出したことが発表された [1].

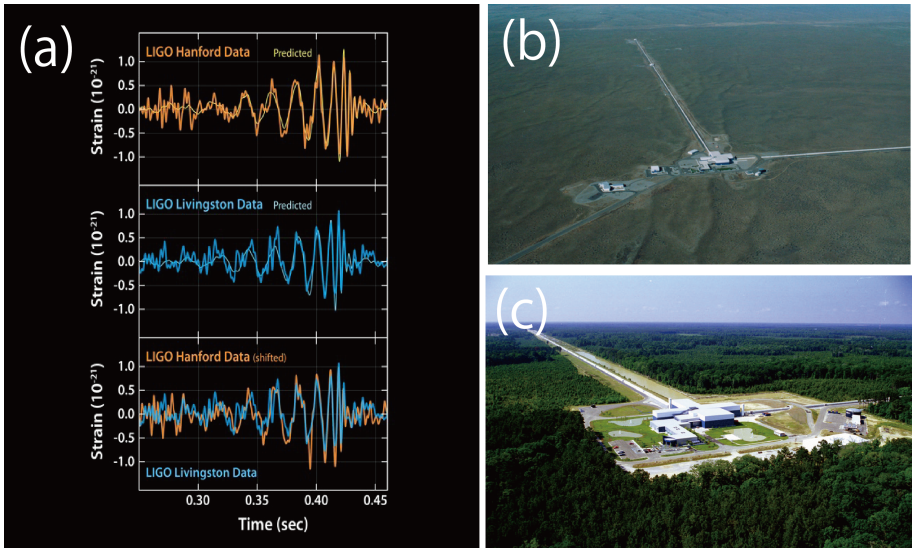


Fig. 1.1 (a)The signal of gravitational waves detected by the twin LIGO observatories at Livingston, Lousiana, and Hanford, Washington.(b)(c)LIGO Laboratory operates two detector sites, one near Hanford in eastern Washington, and another near Livingston, Louisiana.[https://www.ligo.caltech.edu (2017/1/30)]

共振器中の光が以下で示す共振条件を満たす場合，光は同位相でミラー間を反射する共振現象を起こす．

$$2nL = m\lambda \tag{1.1}$$

ここで，n は共振器の屈折率，L は周回長，m は整数，λ は光の波長を表す．式 (1.1) よりこの共振条件を満たすような光は複数存在することがわかる．この時の隣り合う共振波長の周波数差を FSR (Free spectral range) と呼び，式 (1.2) のように表すことができる．

$$FSR = \frac{c}{2L} \tag{1.2}$$

ここで，c は光速である．他に共振器を特徴づける重要なパラメータとして Q 値 (Quality factor) というものがある．Q 値は以下のように定義される．

$$Q = \omega_0 \times \frac{\text{共振器内に蓄えられているエネルギー}}{\text{単位時間あたりの損失エネルギー}} \tag{1.3}$$

ここで ω_0 は共振器の共振角周波数を表している．この定義式より，Q 値が高いほど，共振器内に光が強く閉じ込められていることを示す．ファブリーペロー共振器を考えた場

合，Q 値 を高くするには共振器からの損失を小さくすればいいので，ミラーの反射率を高くしてあげればいいことになる．さらに Q 値は以下のようにも表すことができる．

$$Q = \omega_0 \tau_0 \tag{1.4}$$

ここで，τ_0 は光子寿命である．光子寿命は共振器内のエネルギーが $1/e$ 倍になるまでの時間を表す．式 (1.4) より Q 値が高いということは，光がより長い時間共振器に閉じ込められているともいえる．実際における Q 値は共振器の表面での散乱や内部での吸収，共振器と導波路の結合効率といった要因に基いて決定され，次のように書くことができる．

$$Q_{\mathrm{tot}} = (Q_{\mathrm{scat}}^{-1} + Q_{\mathrm{abs}}^{-1} + Q_{\mathrm{e}}^{-1} + Q_{\mathrm{etc}}^{-1})^{-1} \tag{1.5}$$

ここで Q_{scat}^{-1} は共振器表面での散乱，Q_{abs}^{-1} は共振器内部での吸収，Q_{e}^{-1} は外部との結合効率，Q_{etc}^{-1} はその他の要因を表しており，これにより共振器の Q 値，つまり Q_{tot} が決定される．したがって，実際に Q 値が高い共振器を作製したい場合はこれらの要因をすべて考慮する必要がある．

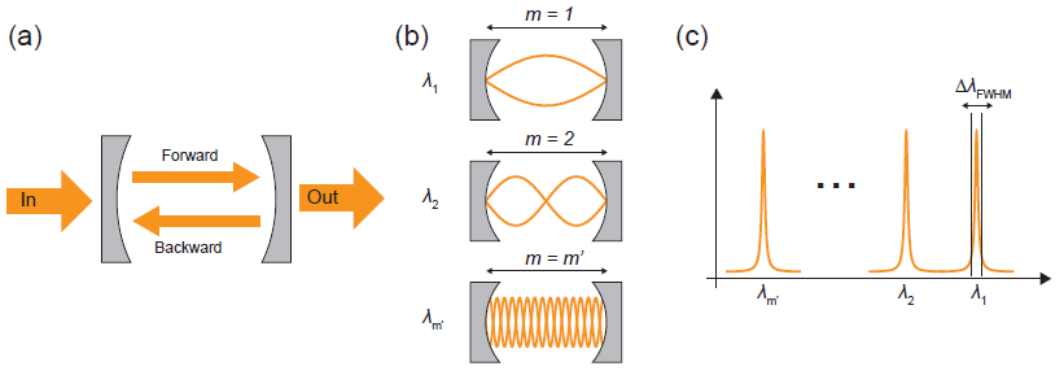


Fig. 1.2 (a)Schematic illustration of Fabry-Perot cavity.(b)Modes excited in a Fabry-Perot cavity. m indicates an integer mode number.(c)Schematic illustration of a resonant spectrum of a Fabry-Perot cavity.[W. Yoshiki, "Dynamic control of an ultra-high Q silica toroid optical microcavity," Ph.D. thesis (Keio University, 2017)]

1.2.2 微小光共振器の種類

光共振器の性能を表すパラメータとして Q 値の他にも Q/V というパラメータも重要である．このパラメータは空間中にどれだけ光を閉じ込めているかを表す．ここで V は

モード体積をあらわし，次式によって定義される [2].

$$V = \frac{\iiint \varepsilon |E(x,y,z)|^2 dxdydz}{\max[\varepsilon |E(x,y,z)|^2]} \tag{1.6}$$

高い Q 値を持ち，さらにモード体積 V が小さいと，共振器内に閉じ込められる光のパワー密度が大きくなるため，光と物資の相互作用が大きくなり，四光波混合 (FWM) や第三高調波発生 (THG) などさまざまな非線形光学効果があらわれる．微小光共振器はとても小さなモード体積でありながら，高い Q 値をもつような共振器である．このため微小光共振器は光を微小体積中に非常に高い密度で長時間閉じ込めることができる．ナノテクノロジーの発達により，今まで多くの微小光共振器が報告されている [3]．ここでは微小光共振器の例として，WGM 共振器とフォトニック結晶共振器について説明する．

WGM 共振器

ウィスパリングギャラリーモード (WGM:Whispering gallery mode) 共振器では，光波は誘電体の境界面を沿って全反射しながら，その境界面を周回する．ウィスパリングギャラリーモードは元々光波ではなく，音響波において観測されたものであった．音響波におけるウィスパリングギャラリーモードはロンドンのセントポール大聖堂で Lord Rayleigh により初めて発見された [4]．セントポール大聖堂は Fig.1.3 のような構造をしており，このような真円状のドーム上の建造物では，ドームの端から声を発すると，ドームの壁面に沿って遠くまで声が伝わるという現象が起きる．光波おけるウィスパリングギャラリーモードの研究は 1990 年代に入って本格的に始まった．WGM 共振器の基礎的な研究は 1939 年にシリカ微小球によって報告されている [5]．1989 年には同様にシリカ微小球を用いて 10^8 をもつ超高 Q 値の共振器が作製されている [6]．シリカ微小球は CO_2 レーザで光ファイバの先端を溶解することで作製することができる．また光ファイバを CO_2 レーザやマイクロヒータで熱しながら，機械的に引き伸ばすと，マイクロボトル共振器を作製することができる．マイクロボトルは理論的には 2004 年に実証され [7]，2009 年に実際に作製され [8]，今では 10^8 の Q 値 の共振器を作製できるようになっている [9]．マイクロボトルは他の WGM 共振器とは違い，azimuthal と axial の方向に WGM があるのが特徴である．そして本研究でも用いているシリカトロイド共振器は，2003 年に K.J.Vahala の研究グループが初めて考案した [10]．シリカトロイド共振器はシリコン (Si) 基板上にディスク状のシリカ (SiO_2) が乗った構造をしており，ディスク共振器とは違い，縁の部分を CO_2 レーザを照射することで表面を融解し，微小球などと同様な表面張力で凝固して作製される．そのため表面の散乱損失が抑えられ，10^8 という超高 Q 値が実現で

きる．さらにシリカトロイド共振器はその作製プロセスより小さな基板上に集積可能であるといった利点がある．またシリカだけではなく結晶材料を用いた共振器も多く研究されている．結晶材料を用いる利点は，シリカを用いた共振器よりもさらに高い Q 値の共振器を作製できるところにある．CaF_2 を用いて WGM 共振器では 10^{11} という超高 Q 値が達成されている [11].

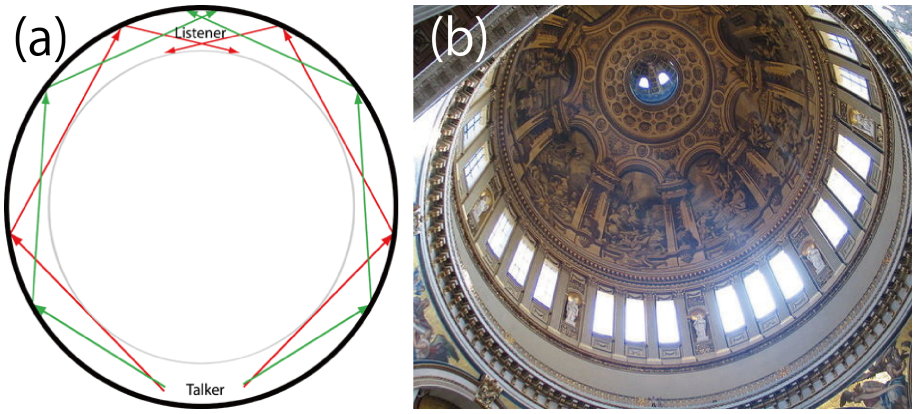


Fig. 1.3 (a) Sound paths in a circular whispering gallery. [http://www.sonicwonders.org/images/whispering20gallery.gif.(2017/1/30)] (b) A look at the dome of St. Paul's Cathedral from below. [https://strangesounds.org/wp-content/uploads/2013/11/whisperinggallery1.jpg.(2017/1/30)]

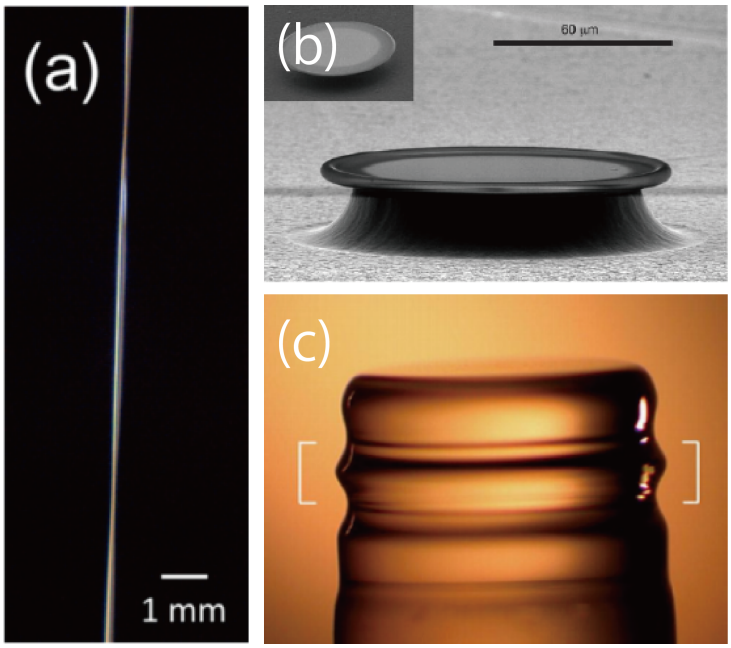


Fig. 1.4 Whispering gallery mode resonators. (a) Microbottle resonator[M. Asano, Y. Takeuchi, Ş. K. Özdemir R. Ikuta, L. Yang, N. Imoto, and T. Yamamoto, "Stimulated brillouin scattering and brillouin-coupled four-wave-mixing in a silica microbottle resonator," Optics Express 24, 12082-12092 (2016).]. (b) Silica toroid microcavity[D. Armani, T. J. Kippenberg, S. Spillane, and K. J. Vahala, "Ultra-high-Q toroid microcavity on a chip," Nature 421, 925-928 (2003).]. (c) CaF_2 crystalline microresonator[I. S. Grudinin, A. B. Matsko, A. A. Savchenkov, D. Strekalov, V. S. Ilchenko, and L. Maleki, "Ultra high Q crystalline microcavities," Optics Communications 265, 33-38 (2006).].

フォトニック結晶共振器

フォトニック結晶は自然的，もしくは人工的に周期的に屈折率の変調を有している物質である．このような屈折率の周期的な構造によりフォトニック結晶中では，特定の波長の光が伝搬できないフォトニックバンドギャップと呼ばれる領域があり，これまでさまざまな光デバイスに応用されている．フォトニック結晶はその構造から，1 次元フォトニック結晶，2 次元フォトニック結晶，3 次元フォトニック結晶と大きく 3 つに分類することができる [12].

1 次元フォトニック結晶では，屈折率の変調が一方向にしか起きず，他の 2 方向では屈折率分布は均一となっている．この周期的な屈折率分布に対して垂直に光を入射すると，ブラッグ反射の原理より，光の透過や反射を制御することができる．この 1 次元フォトニック結晶は光学多層膜と同様であり，主にレンズやプリズムなどで反射防止膜として用

いられている．2 次元フォトニック結晶は，2 方向に対して屈折率分布が周期的となっているものをいう．作製が他のものと比べて容易であることから，一般的に用いられているのが 2 次元フォトニック結晶である．また自然界にも 2 次元フォトニック結晶は存在し，その例としてはモルフォ蝶の青色は翅の鱗粉などが挙げられる．3 次元フォトニック結晶はすべての方向において屈折率が周期的に変調されている．自然界で最もよく知られているのはオパールである．このオパールは見る方向を変えると異なる色を呈するといった興味深い光学特性を持っているが，これはオパールがフォトニック結晶であることに由来している．人工的な 3 次元のフォトニック結晶は 1987 年に E.Yablonovitch によって考案された．[13]

他の微小光共振器に比べて Q 値は 10^6 程度と小さいが，モード体積が小さく，設計の自由度が高いことが特徴である．また空孔が nm オーダであるのでかなり高い作製精度が求められる．したがって，フォトニック結晶の作製においては EB リソグラフィ (electron beam lithography) が用いられることが多いが，CMOS 互換プロセスでフォトニック結晶を作製する研究も行われ [14]，シリコンフォトニクスの融合も期待されている．

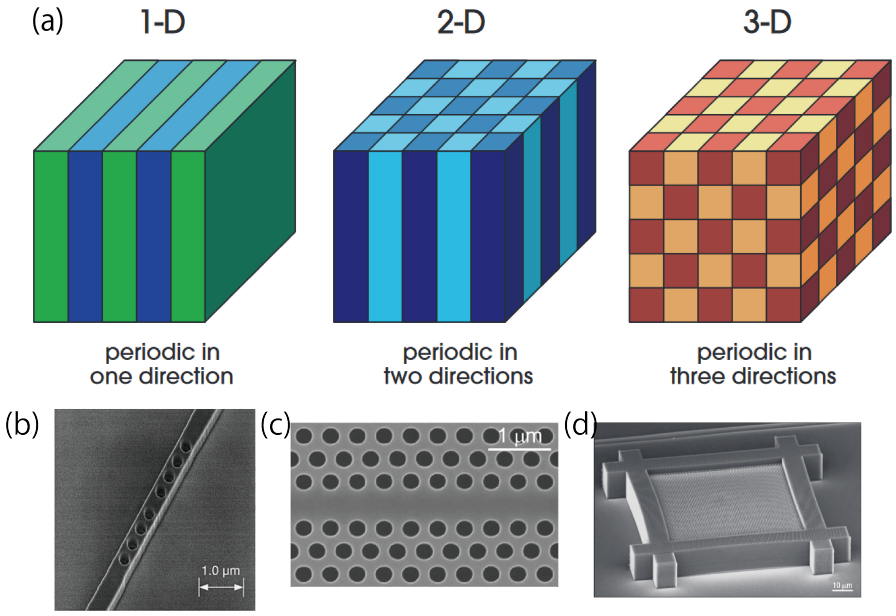


Fig. 1.5　(a) Examples of 1D, 2D and 3D photonic crystals. [J. Foresi, P. R. Villeneuve, J. Ferrera, E. Thoen, G. Steinmeyer, S. Fan, J. Joannopoulos, L. Kimerling, H. I. Smith, and E. Ippen, “Photonic-bandgap microcavities in optical waveguides,” Nature 390, 143-145 (1997).] (b) SEM image of (b) 1D PhC [J. Foresi, et al., "Photonic-bandgap microcavities in optical waveguides," Nature 390, 143-145 (1997).] (c) 2D PhC [Y. Ooka, T. Tetsumoto, A. Fushimi,W. Yoshiki, and T. Tanabe, “CMOS compatible high-Q photonic crystal nanocavity fabricated with photolithography on silicon photonic platform,” Scientific Reports 5 (2015).] (d) 3D PhC [M. Deubel, G. Von Freymann, M. Wegener, S. Pereira, K. Busch, and C. M. Soukoulis, “Direct laser writing of three-dimensional photonic-crystal templates for telecommuni-cations,” Nature Materials 3, 444-447 (2004).]

1.2.3　微小光共振器の応用

微小光共振器の応用は，共振器量子電磁気学 (QED)，オプトメカニクス，センシング，非線形光学など多岐に渡る．ここでは特にセンシングと，非線形光学の 1 つである光カー効果を用いた光カーコムについて説明する．

センシング

微小光共振器を用いた温度センシングは熱光学効果 (thermo-optic effect) を利用する．熱光学効果というのは，媒質固有の熱光学係数により温度が変化するとその媒質の屈折率が変化する現象である．屈折率が変化すると，共振器の光路長も変化するので，それに

応じて共振波長がシフトする．そのシフト量により温度の変化量を計算することが可能となる．熱光学効果に優れたポリマーである PDMS(poly dimethyl siloxane) をシリカトロイドにコーティングすることで，0.151 nm/K といった高感度の温度センサも実現している [15].

また微小光共振器表面に微小粒子が付着すると，付着した部分の屈折率がわずかに変化するため，その共振器の FSR が変化し，共振波長がシフトするといったことが起きる．このことを利用し，高 Q 値な (共振波長の線幅が狭い) 共振器を用いることで，超高感度なセンシングが可能となる．センシングの対象となる物質の吸収・吸着特性を改善するために，共振器をポリマーなどでコーティングする場合が多い．ガスセンシングとしてはアンモニア [16] やエタノール [17] などがある．またバイオセンシングとしてタンパク質の検出なども行われている [18–20].

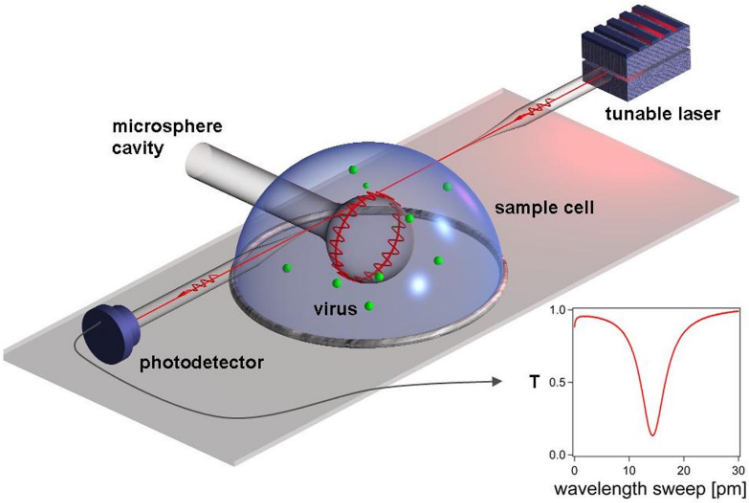


Fig. 1.6　Schematic illustration of the sensing with a micro-sphere cavity.Excitation of an equatorial WGM in a microsphere is achieved by evanescent coupling to a guided wave in a taperd fiber. Resonance positions are detected as dips in the transmitted light T at particular laser wavelengths. [F. Vollmer, S. Arnold, and D. Keng, “Single virus detection from the reactive shift of a whispering-gallery mode,” Proceedings of the National Academy of Sciences 105, 20701-20704 (2008).]

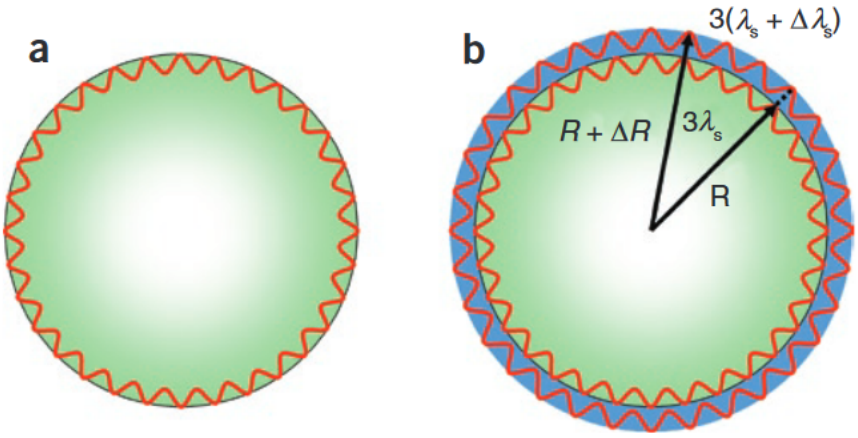


Fig. 1.7　Schematic illustration of the model for estimating WGM biosensor layer sensitivity. (a) A WGMis excited in a sphere. (b) WGM after the addition of a layer of thickness Δ R, which is due to a compact monolayer of protein adsorbed on surface. It shows that the wavelength increases in proportion to an increase in radius. [F. Vollmer and S. Arnold, "Whispering-gallery-mode biosensing: label-free detection down to single molecules," Nature Methods 5, 591-596 (2008).]

光カーコム

微小光共振器を用いた光周波数コムを光カーコムという．光周波数コムとは周波数軸上に等間隔に並んだスペクトルが光周波数の櫛 (Comb) のようになることからそうよばれる．光周波数コムはその厳密さから，光周波数のものさしとも言われることも多い．光コムのもつメモリには光周波数，コム間隔オフセット周波数のように小さなものから大きなものまであり，これらが厳密に関係している．光周波数コムの研究は 2005 年のノーベル物理学賞にも選ばれ，注目を浴びている研究分野である．一般的に光周波数コムはモード同期レーザを用いているが，それに対し光カーコムはパラメトリック効果である四光波混合 (FWM:Four Wave Mixing) を用いてコムを発生させている．微小光共振器に高強度の励起光を入れることで，光カー効果という非線形効果が起きる．光カー効果とは電場の強度に依存して屈折率が変化する現象のことである．光カーコムについては 2007 年の Nature 誌に掲載されたものが始まりである [21]．微小光共振器を用いて発生させる光カーコムは，モード同期レーザを用いて発生させる光周波数コムとくらべて，必要とされる光のパワーが小さく，装置そのものも安価で小型であるという利点がある．しかし，光カーコムを安定して発生させることは困難であるため，その安定化のための研究も盛んに行われている．

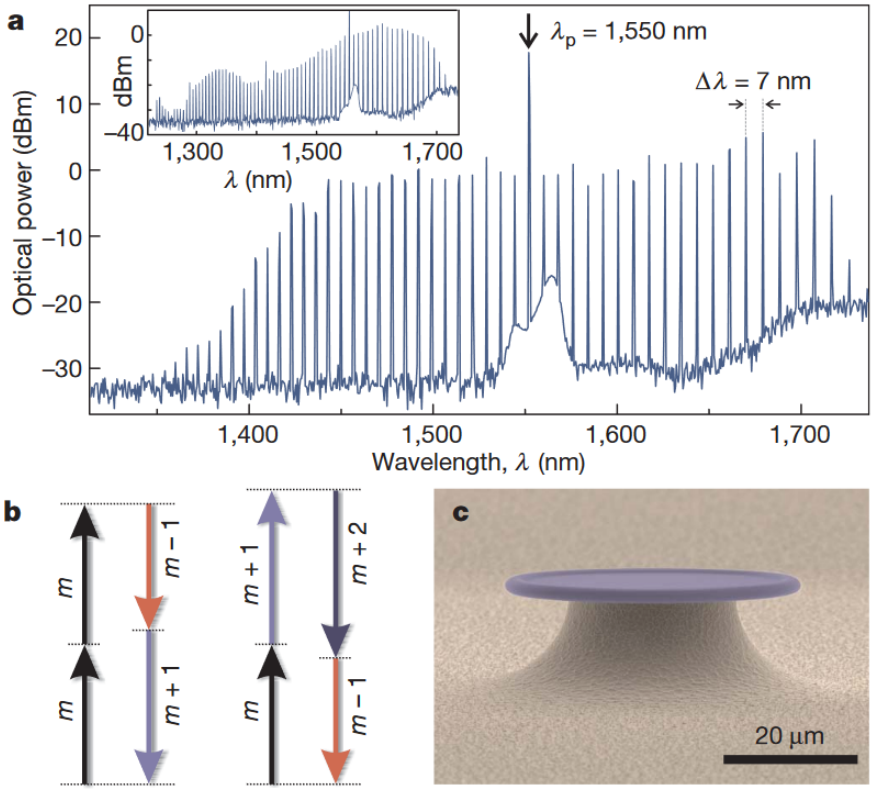


Fig. 1.8 Broadband parametric frequency conversion from a monolithic toroidal microresonator. a, Spectrum of the parametric frequency conversion observed in a 75 μm diameter monolithic toroid microcavity. b, Schematic of the processes that contribute to the parametric conversion: degenerate (left) and non-degenerate (right) Four-Wave-Mixing(FWM) among cavity eigenmodes. c, Scanning electron microscope image of a toroid microcavity on a silicon chip. [P. Del'Haye, A. Schliesser, O. Arcizet, T. Wilken, R. Holzwarth, and T. J. Kippenberg, "Optical frequency comb generation from a monolithic microresonator," Nature 450, 1214-1217 (2007).]

1.3 誘導ブリルアン散乱

3 次の非線形光学効果の 1 つとしてブリルアン散乱がある．2 つの光波と音響波が電歪効果 (electrostriction) を通じて相互作用する非線形光学効果である．光子の散乱については 1920 年代頃から研究されるようになった．光子の散乱については，光学フォノンによる散乱をラマン散乱，音響フォノンによる散乱をブリルアン散乱という．また光の波長よりも小さい粒子による弾性散乱をレイリー散乱という．音響フォノンの相互作用であるブリルアン散乱はフランスの物理学者の Leon Brillouin に由来しており，彼は 1922 年

に熱励起された音響波による光散乱を実証した [22]．自然ブリルアン散乱 (Spontaneous Brillouin Scattering) の過程では，入射光のフォトンがフォトンとフォノンに変換される．この散乱により生成されたフォトンは元々のフォトンより周波数がダウンシフトする．これをストークス光と呼び，流体力学や数学の分野にも精通していたアイルランドの物理学者である George Stokes によって名付けられた．散乱光によりある角度を持った散乱光が生じるが，光ファイバなどを考える場合は前方散乱と後方散乱のみを考えることが多い．前方散乱は非常に弱いため，ストークス光は主に入射光に対して後方に散乱する．そして入射光強度がある一定の強度を超えると，その過程は誘導的となり，入射光強度に強く依存するようになる．これを誘導ブリルアン散乱 (Stimulated Brillouin Scattering) と呼ぶ．

誘導ブリルアン散乱の現象の起源は電歪効果 (electrostriction) と呼ばれる物理現象であり，入射光による媒質の密度の変調をあらわしている. 後方散乱したストークス光は入射光と相互作用し, 電歪効果 (electrostriction) を通じて音響波が生じる．この音響波は前方に移動するような周期的な媒質の屈折率変化をもたらす．これにより，入射光はドップラー効果を受け，後方散乱したストークス光の周波数はダウンシフトすることになる．誘導ブリルアン散乱では入射光の強度を強くすることにより，Fig.1.9 のようなフィードバックが起きていることなる．

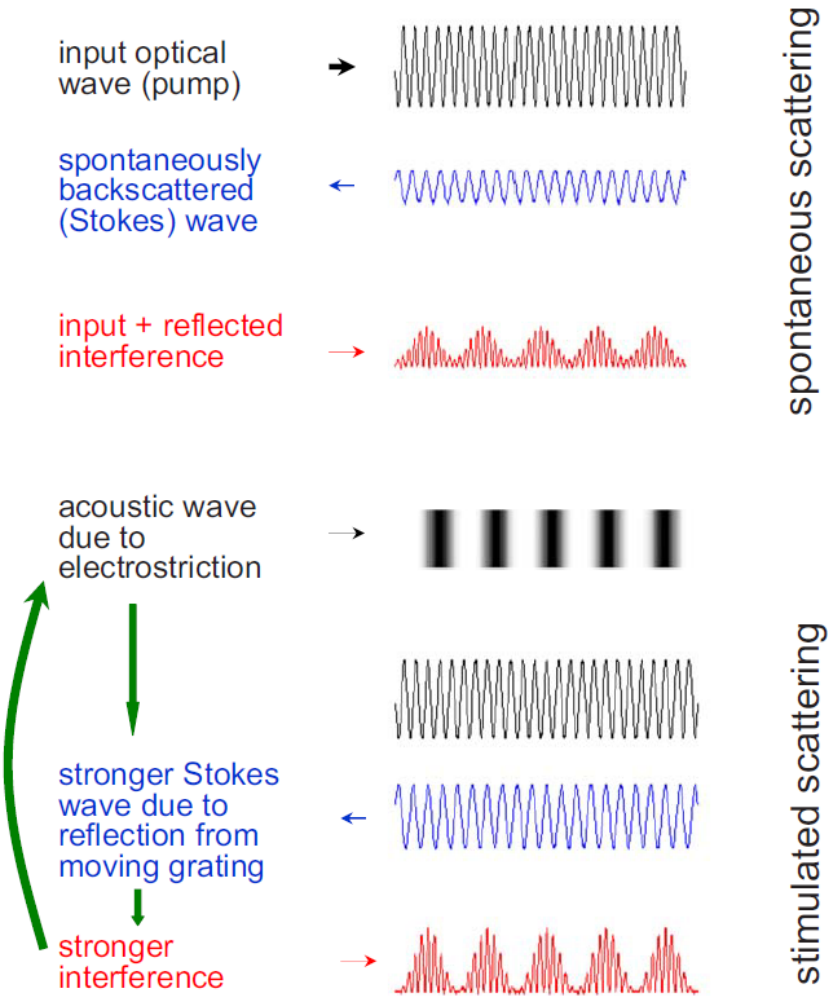


Fig. 1.9　Spontaneous (top) and stimulated (bottom) Brillouin scattering. Backscattered (Stokes) light (blue) from acoustic noise interferes with the input (pump) wave (black). The interference pattern is shown in red. The abscissa of the curves is the coordinate along the medium length. The ordinate is the amplitude of the optical waves (black and blue curves) and the intensity of the interference (red). The amplitude of the acoustic wave is proportional to the optical intensity. The acoustic wave generated as a result of electrostriction further stimulates backscattering, which in turn enhances the interference between the pump and the Stokes waves and reinforces the acoustic wave. [A. Kobyakov, M. Sauer, and D. Chowdhury, “Stimulated brillouin scattering in optical fibers,” Advances in optics and photonics 2, 1 – 59 (2010).]

このブリルアン散乱の過程では，エネルギー保存と運動量保存が成り立つ．したがって入射光とストークス光と音響波の間では以下のような関係式が成り立つ．[23]

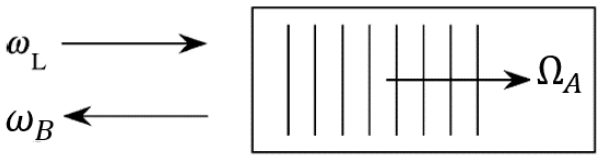


Fig. 1.10　Schematic illustration of the stimulated Brillouin scattering.

$$\Omega_A = \omega_L - \omega_B \tag{1.7}$$

$$K_A = k_L - (-k_B) \tag{1.8}$$

ただし，ω_L，ω_B，Ω_A はそれぞれ入射光，ストークス光，音響波の角周波数，k_L，k_B，K_A はそれぞれ入射光，ストークス光，音響波の波数を表している．またラマン散乱の場合は周波数のシフト量が $10^{12} \sim 10^{13}$ 程度であるのに対し，ブリルアン散乱の場合は 10^{10} 程度であるため k_L と k_B はほとんど同程度とみなすことができ，その角周波数シフトは

$$\Omega_A = 2v_A k_L = \frac{4\pi n}{\lambda_L} v_A \tag{1.9}$$

と書き表すことができる．ただし v_A は媒質中の音響波の速度である．式 (1.9) より，ブリルアン散乱の過程でどれだけ周波数がシフトするかはその媒質に依存していることがわかる．

1.3.1　誘導ブリルアン散乱の応用

光ファイバ中の誘導ブリルアン散乱を利用することで，媒質中の光パルスの伝搬速度 (群速度) がその位相速度よりも小さくなるようなスローライト光を発生することができる [24, 25]．これは光ファイバ中の分散を変調させ，群屈折率 n_g が増加することで達成される．群屈折率の変化は媒質のゲイン特性が狭い線幅のスペクトルを有することで生じる．つまり数十 MHz〜数百 MHz 狭い帯域幅を持つ誘導ブリルアン散乱の過程はこの群屈折率を変調させるための候補となる．スローライト光の発生には電磁誘導透過 (EIT:Electromagneticcally induced transparency) 現象もよく用いられている [26] が，誘導ブリルアン散乱を用いてスローライト光を発生させれば，入射光の強度を変えることで，光パルスの遅延時間を制御することが可能となる．誘導ブリルアン散乱を用いた光ファイ

バ中におけるスローライト光の発生は 2005 年に実証された [27,28]．そこでは通信波長帯である 1.55 µm，2 ns の光パルスを用いて 12 ns まで遅延させることに成功している [29]．

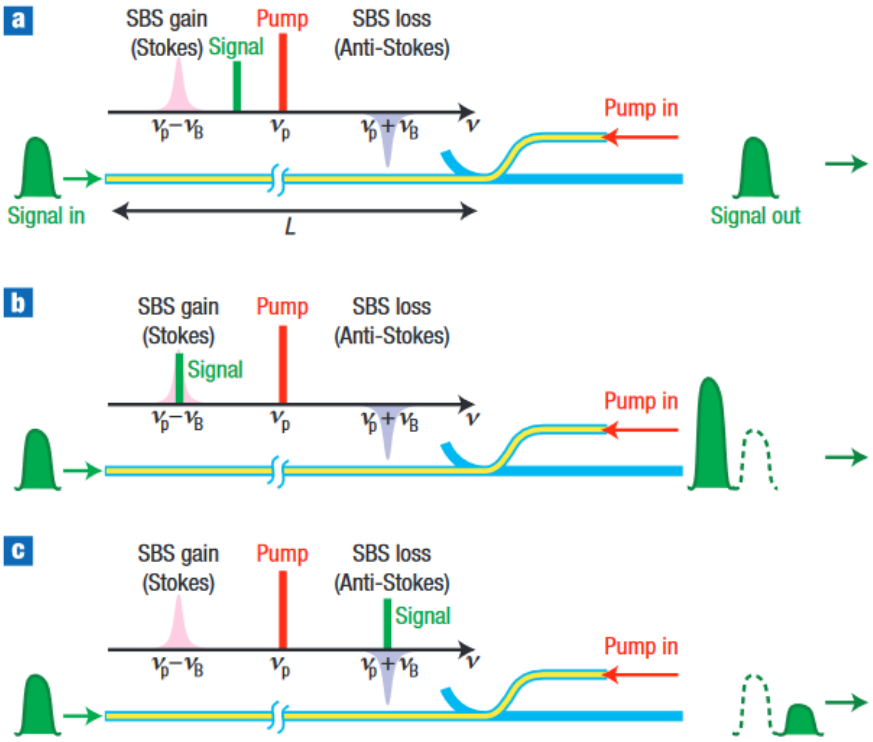


Fig. 1.11　Principle of an all-optical fibre delay line based on SBS. a,The pump at optical frequency ν_p is launched into the fibre from the far end so that it is counter-propagating with respect to the signal. When the signal frequency does not lie in the SBS interaction band, it travels through the fibre unaffected, with a delay given by its normal transit time and no amplitude change. b,When the signal frequency is placed in the SBS gain resonance (Stokes), the signal light is observed delayed with respect to its normal transit time (slow light). c,When placed in the SBS loss resonance (anti-Stokes) the signal exits the fibre advanced with respect to its normal transit time and shows an attenuated amplitude (fast light). [L. Thévenaz, “Slow and fast light in optical fibres,” Nature Photonics 2, 474-481 (2008).]

1.4 本研究の目的

1.4.1 動機・先行研究

先ほど述べたように，誘導ブリルアン散乱を用いることでスローライト光を発生させることができるので，光バッファや光ストレージなどに応用できる．他にもハイコヒーレンスなレーザ源，マイクロ波発生などの RF フォトニクスへの応用も期待されている．しかし光ファイバを用いる場合は大きな非線形効果を得るために数 km や数 m とファイバ長を長くする必要があったり，誘導ブリルアン散乱を起こすしきい値が数百 mW 以上といった欠点がある．そこで最近では微小光共振器を用いて誘導ブリルアン散乱を発生させる研究が行われている．微小光共振器を用いることで，デバイスサイズは格段に小さくすることができ，さらに低しきい値化も可能となる．また微小光共振器の種類によってはオンチップで実現させることも可能となり，さまざまな利点がある．

主な先行研究としては 2007 年の Maleki グループが行った CaF_2 結晶共振器を用いたブリルアン発振がある [30]．微小光共振器を用いて誘導ブリルアン散乱を励起させるためには，入射光の波長とブリルアン散乱によって周波数シフトした領域にちょうど共振器の共振モードが存在しなければならない．つまり共振器の FSR とブリルアン周波数シフトを一致させる必要がある．CaF_2 のブリルアン周波数シフトは 18 GHz である [31]．そこで FSR が 18 GHz となるように直径 5.5 mm，Q 値が 4×10^9 の CaF_2 結晶共振器を作製した．そしてその共振器に 1064.35 nm の波長で光を入射し，1064.42 nm に 1 次のストークス光，1064.48 nm に 2 次のストークス光を発生させている．またこの研究では誘導ブリルアン散乱を発生させるためのしきい値として 3 μW を実現している．ただここでは微小光共振器のサイズの精密なコントロールが必要になるため，高い作製技術が求められる．この欠点に対し，共振器のサイズを mm オーダで制御できる共振器を考案し [32]，誘導ブリルアン散乱を発生させている研究もある [33]．さらに FSR を数十 GHz にするためには直径数 mm の共振器を用いる必要があったが，マイクロボトル共振器の azimuthal なモードを用いることで，数 μm の共振器でも誘導ブリルアン散乱の励起に成功している [9]．

また微小光共振器を用いて，誘導ブリルアン散乱を励起させるための方法として高次の共振モードを使うという方法もある [34–36]．BaF_2 結晶共振器を用いた研究では，同じ基本モードを用いるのではなく複数のモードを使って，ちょうどブリルアン周波数シフトと一致する共振モードを探し，その共振モードを用いて誘導ブリルアン散乱を励起している [36]．これを用いれば正確な FSR のコントロールは不必要になるが，ブリルアン周波

数シフトに合った高次のモードが存在するかは，偶然のものとなってしまうため応用向きではない．ただこの高次のモードを使うことで，デバイスサイズを小さくすることができ，シリカやテルライトの微小球で実現がされている [34, 35].

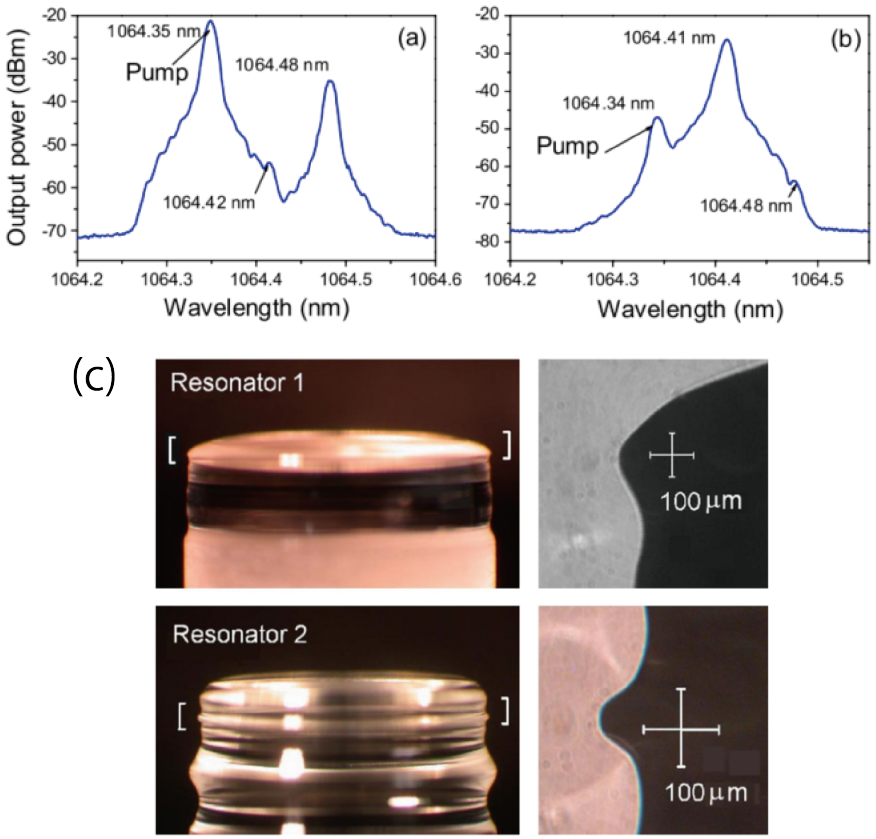


Fig. 1.12　(a)Output of the resonator 1, coupler B. Pump laser wavelength is 1064.35 nm. Low power at the spectrum analyzer is due to undercoupling. Frequency shift is 17.5 GHz for the weak Stokes and 35 GHz for the strong Stokes line. (b) Backward signal from output C for second resonator. Pump laser wavelength is 1064.34 nm. Stokes offset is 18 GHz for the first and 35.5 GHz for the second line. The width of each line is limited by the optical spectrum analyzer resolution of 0.012 nm.(c)Fluorite resonators. WGM localization areas are highlighted with the white brackets on the left. Shadow photographs of the highlighted regions are on the right. Diameters are 5.52 mm for resonator 1 and 5.21 mm for resonator 2. [I. S. Grudinin, A. B. Matsko, and L. Maleki, “Brillouin lasing with a CaF_2 whispering gallery mode resonator,” Physical Review Letters 102, 043902 (2009).]

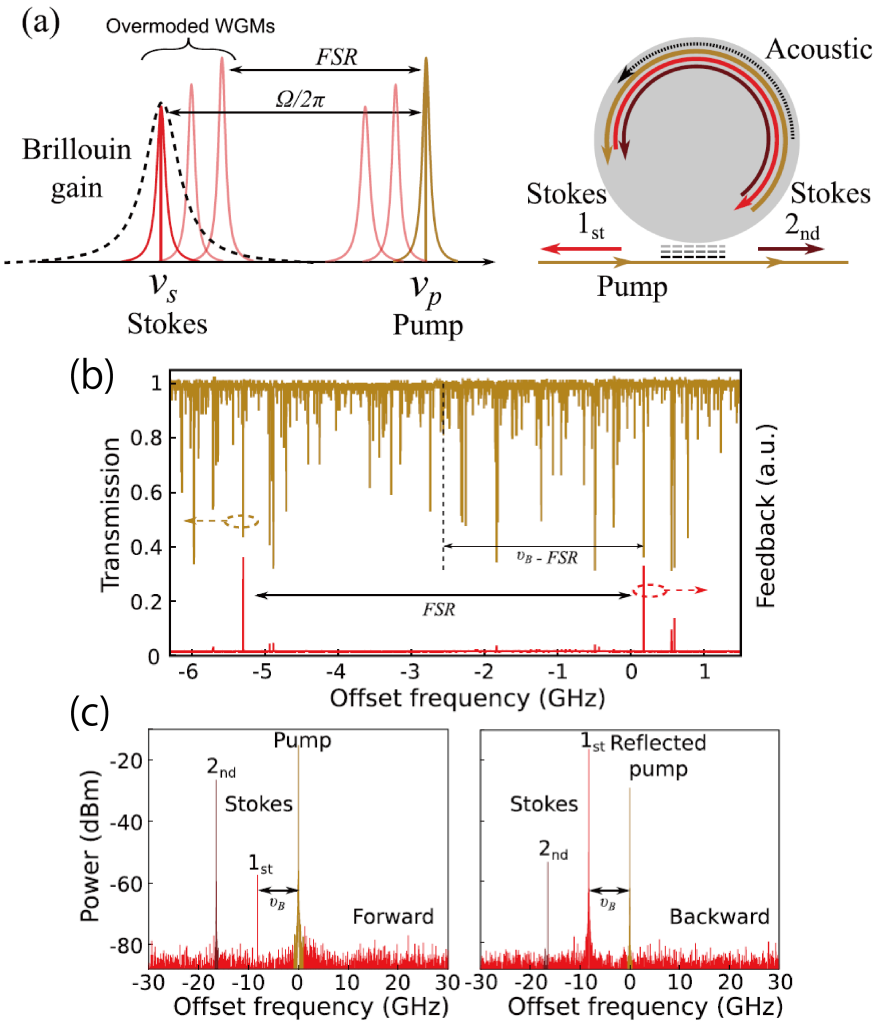


Fig. 1.13 (a)Left: Scheme of a Brillouin WGM resonator in a doubly resonant configuration. The dotted line designates Brillouin gain band. The solid Lorentzian lines and vertical lines show cavity resonances and laser lines, respectively; Right: Principle of a Brillouin laser based on a WGM resonator with the incoming pump (gold), the first backward (red) and second forward (dark red) Stokes lines.(b)Typical transmission spectrum of an overmoded WGM BaF_2 resonator with feedback Stokes Brillouin signal (red). FSR is 5.47 GHz and ν_B − FSR =2.80 GHz.(c)Typical Brillouin spectra recorded using a high resolution optical spectrum analyzer in the forward (left) and backward (right) directions. The measured Brillouin frequency ν_B is 8.2 GHz. Resolution is 5 MHz. [G. Lin, S. Diallo, K. Saleh, R. Martinenghi, J.-C. Beugnot, T. Sylvestre, and Y. K. Chembo, "Cascaded brillouin lasing in monolithic barium fluoride whispering gallery mode resonators," Applied Physics Letters 105, 231103 (2014).]

1.4.2　本研究の概要・目的

ここまで微小光共振器を用いて誘導ブリルアン散乱を励起するための方法を紹介したが，共振器の FSR の精密なコントロールが必要であったり，偶然高次のモードがブリルアン周波数シフトに一致している必要があったりと作製における難しさが欠点としてあった．そこで本研究では，1 つの共振器ではなく 2 つの共振器を結合させることで，共振器のサイズの精密なコントロールを不必要にし，さらに低しきい値，オンチップが可能である誘導ブリルアン散乱の発生を目的とする．

まず 2 章では導波路と WGM 共振器との結合を結合モード理論を用いて，理論モデルを構築する．さらに共振器同士の結合強度がどのように変化するかを理論的に述べる．そして本研究で用いたシリカトロイド共振器の作製，特にここではシリコンチップの端に位置しているようなシリカトロイド (エッジトロイド) の作製方法について述べる．その後，共振器同士を結合させるのに重要な要素である，アライメント，共振周波数のチューニングについて述べる．3 章では，結合共振器を用いてブリルアン発振させるための理論を展開し，実際にブリルアン発振を行うための実験セットアップ，実験結果，そしてそれに対する考察を述べる．最後に 4 章で本研究のまとめを行う．

第 2 章

結合共振器

2.1　理論

2.1.1　結合モード理論

結合モード理論 (CMT:Coupled Mode Theory) [37] は共振器や導波路における光の伝搬をモデル化する上で重要な手法である．結合モード理論は初め導波路の設計などに用いられていたが，近年では微小光共振器の分野においても広く用いられている．他の手法としては FDTD(Finite-difference time-domain) 法や有限要素法などがある．FDTD 法はマクスウェル方程式を空間と時間領域で差分化を行い，その差分方程式を用いて逐次的に電磁場を計算していく手法である．有限要素法に比べれば，やや計算時間はかかってしまうが，精度の高い計算結果が得られる．フォトニック結晶などの電磁界解析などでは FDTD を用いられることが多く，MIT ではフォトニック結晶の電磁界解析のための FDTD ソフトウェアを Meep を開発しオープンソースとして公開している．ここでは結合モード理論を用いて，共振器と導波路の結合についてモデル化を行う．

結合モード理論を用いると，共振器内のモード振幅 a は次のように表すことができる．

$$\frac{da}{dt} = \left(j\omega_0 - \frac{\gamma_{\mathrm{int}} + \gamma_{\mathrm{wav}}}{2} \right) a + \sqrt{\gamma_{\mathrm{wav}}} e^{j\theta} s_{\mathrm{in}} \tag{2.1}$$

ここで ω_0,γ_{int},γ_{wav},s_{in} はそれぞれ，共振角周波数，共振器固有の損失，共振器と導波路の結合損失，入力波の振幅を表している．ここで損失 γ_{i} は Q 値を用いると，

$$\gamma_{\mathrm{i}} = \frac{\omega_0}{Q_{\mathrm{i}}} \tag{2.2}$$

と書き表すことができる．式 (2.1) の右辺の第二項は共振器のモード振幅 a の寿命，第三項は入力波がどれだけの割合で共振器に結合しているかを表している．Figure2.1 のよ

うな場合，導波路から共振器に光が結合すると，反時計回り (CCW:counterclockwise) につまり一方向に光が伝搬するが，共振器に散乱体が付着しているなどの場合は時計回り (CW:clockwise) にも光が伝搬することがある．これは散乱体によるレイリー散乱が原因である．通常 CW のモードと CCW なモードの共振周波数は一致しているが，このように共振器内に同時に CW のモードと CCW のモードが存在するとモード結合が生じ，2 つのモードはスプリットを起こす．これは CW-CCW モード結合と呼ばれ，各共振器で観測されている [38].

導波路の出力波の振幅は式 (2.1) より

$$s_{\mathrm{out}} = s_{\mathrm{in}} - \sqrt{\gamma_{\mathrm{wav}}} e^{j\theta} a \tag{2.3}$$

となる．式 (2.3) より，出力されるモード振幅 s_{out} は共振器内のモード振幅 a と入力されるモード振幅 s_{in} により決定される．共振器に共振するとき出力はゼロとなる[*1].

ここではサイドカップルする共振器システムの透過特性を得る．定常状態を仮定すると (a,s_{in},$s_{\mathrm{out}} \propto \exp(j\omega t)$)，$a$ と s_{in} は次式で関係付けることができる．

$$a = \frac{\sqrt{\gamma_{\mathrm{wav}} e^{(j\theta)}}}{j(\omega - \omega_0) + \gamma/2} s_{\mathrm{in}} \tag{2.4}$$

以上式 (2.3) と式 (2.4) より s_{out} は次のように書き表すことができる．

$$s_{\mathrm{out}} = \left[\frac{j(\omega - \omega_0) + (\gamma_{\mathrm{int}} - \gamma_{\mathrm{wav}})/2}{j(\omega - \omega_0) + \gamma/2} \right] s_{\mathrm{in}} \tag{2.5}$$

ここで $\gamma = \gamma_{\mathrm{int}} + \gamma_{\mathrm{wav}}$ である．また透過率は $T_{\mathrm{r}} = P_{\mathrm{out}}/P_{\mathrm{in}} = |s_{\mathrm{out}}/s_{\mathrm{in}}|^2$ であるので

$$T_{\mathrm{r}} = \frac{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma_{\mathrm{int}} - \gamma_{\mathrm{wav}})^2/4}{(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2/2} \tag{2.6}$$

[*1] 厳密に出力はゼロとなるのは，後述のとおりクリティカルカップリング時のみである．

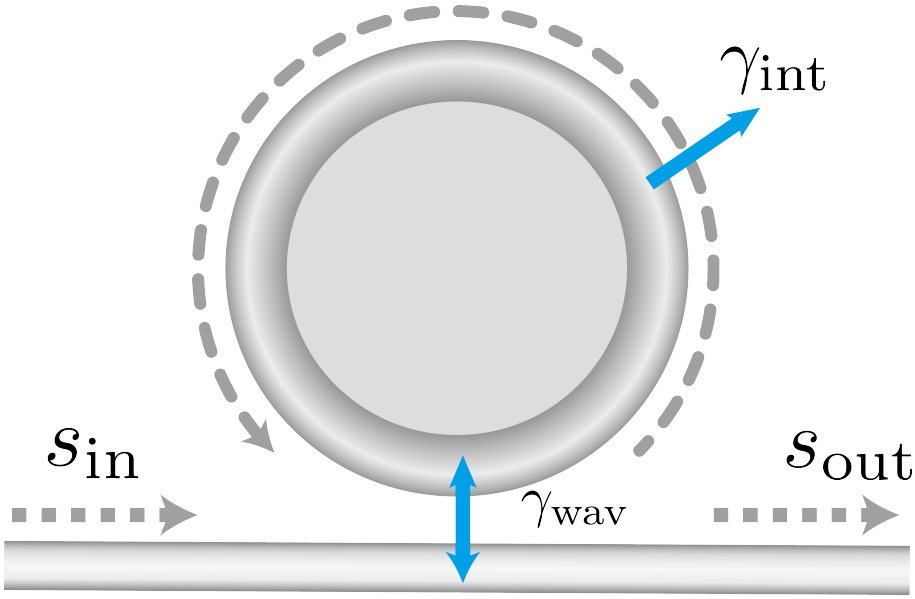


Fig. 2.1 Schematic illustration of CMT model with a single a side-coupled cavity.

式 (2.6) を用いると，透過率スペクトルは Fig. 2.2 のようになる．Fig. 2.2(a) より，入力の周波数が共振器の共振周波数に一致したとき ($(\omega - \omega_0)/\gamma = \delta\omega/\gamma = 0$) に最も透過率が低くなっていることがわかる．これは入力波と出力波の位相がちょうど π ずれており，弱め合いが起こっていることに由来している．この図の中で，透過率がゼロに落ち込む条件を"critical coupling"と呼び，この critical coupling の条件では共振器内の損失と導波路との結合損失が等しくなっている ($\gamma_{\mathrm{int}} = \gamma_{\mathrm{wav}}$) [39]． 結合条件が変わってしまうと，透過率の最小値が変化してしまう．

結合条件によってどのように透過率が変化するかを理解するために，$\gamma_{\mathrm{wav}}/\gamma_{\mathrm{int}}$ を変数として共振している場合の透過率を計算した．これを Fig. 2.2(b) に示す．Figure 2.2(b) より $\gamma_{\mathrm{wav}} < \gamma_{\mathrm{int}}$ の場合，透過率の最小値 $T_{\mathrm{r}}^{\mathrm{min}}$ は増加していることがわかる．これは導波路と共振器間の結合係数が小さく，ファイバから透過するモード振幅が共振器から結合されるモード振幅よりも大きいためである．このような結合条件を"under coupling"と呼ぶ．実験的には cririical coupling の条件より導波路を共振器に遠ざけた場合に起きる．逆に $\gamma_{\mathrm{int}} < \gamma_{\mathrm{wav}}$ の場合も，同様に透過率の最小値 $T_{\mathrm{r}}^{\mathrm{min}}$ が増加していることがわかる．これは導波路と共振器間の結合係数が大きく，共振器から結合されるモード振幅がファイバから透過するモード振幅よりも大きいためである．このような結合条件を"over coupling"と呼ぶ．実験的には cririical coupling の条件より導波路を共振器に近づけた場合に起きる．共振器内のエネルギーは"critical coupling"の条件において最大になることが知られており，

実験を行う上ではこの導波路と共振器の結合条件をどのように調節するかが重要になってくる．

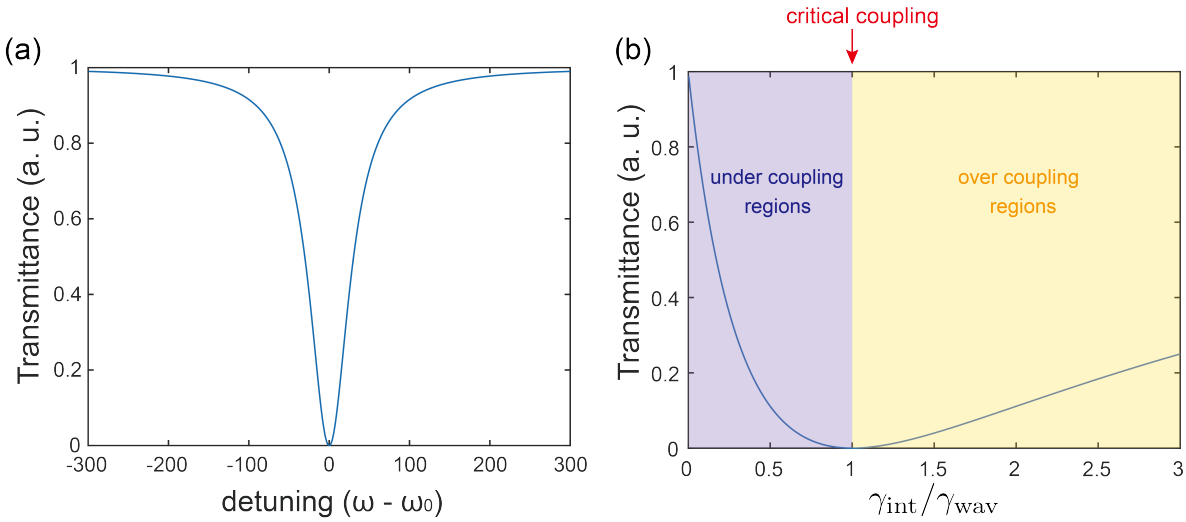


Fig. 2.2　(a) Transmission spectrum of a side-coupled cavity calculated by CMT. Critical coupling condition is assumed. (b) Minimum transmittance different coupling conditions.

次に新たに 1 つ共振器を直接結合させた結合共振器について考える．そもそも結合共振器というのは複数の共振器を直接的，または間接的にモード結合させた共振器のことをいう．共振器 1 つを 1 つの原子として見ると結合共振器は分子として見ることもできるので，"Photonic Molecules (PM)"と呼ばれることもある．水素原子では結合する場合にもともと 1 つの準位だったのが結合性軌道と反結合性軌道の 2 つの準位に分裂する．この現象と同様に，結合共振器において同じ周波数のモードが近づくと，スーパーモードを形成し，symmetric モードと anti-symmetric モードの 2 つにスプリットする．Figure 2.3 には今まで報告されてきた結合共振器の一例を示す．本研究では結合共振器として Fig.2.3 (b) で示すような，共振器どうしを近くに配置することでモード結合を起こすような結合共振器を用いていく．

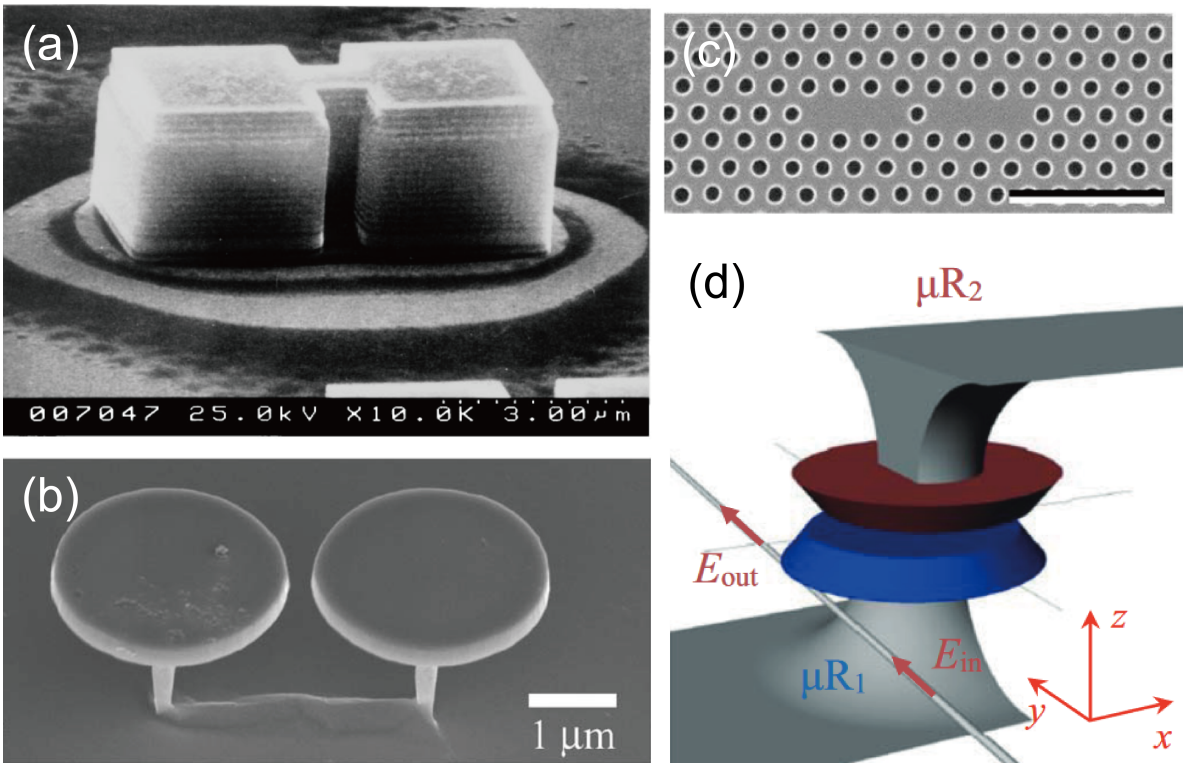


Fig. 2.3 Example of PMs: (a) square-shape photonic dots coupled via a semiconductor bridge[M. Bayer, T. Gutbrod, J. Reithmaier, A. Forchel, T. Reinecke, P. Knipp, A. Dremin, andV. Kulakovskii, "Optical modes in photonic molecules," Physical review letters 81, 2582 (1998).], (b) whispering-gallery mode microdisks side-coupled via an airgap [S. Ishii and T. Baba, "Bistable lasing in twin microdisk photonic molecules," Applied Physics Letters 87, 181102 (2005).], (c) closely located defects in a photonic crystal membrane [K. A. Atlasov, K. F. Karlsson, A. Rudra, B. Dwir, and E. Kapon, "Wavelength and loss splitting in directly coupled photonic-crystal defect microcavities," Optics Express 16, 16255 – 16264 (2008).], (d) vertically coupled microdisk resonators [F. Bo, Ş. K. Özdemir, B. Peng, J. Wang, G. Zhang, J. Xu, and L. Yang, "Vertically coupled microresonators and oscillatory mode splitting in photonic molecules," Optics Express 23, 30793 – 30800 (2015).].

結合共振器も結合モード理論を用いることで，共振器と導波路で行った同様の議論ができる．Figure 2.3 のように導波路と Cavity1 と Cavity2 を配置し，その透過特性について計算を行う．さきほどと同様に共振器内のモード振幅をそれぞれ a_1，a_2，入力と出力のモード振幅を s_{in}，s_{out}，共振器の内部損失をそれぞれ γ_{int_1}，γ_{int_2}，さらに導波路と共振器の結合損失を γ_{wav}，共振器間の結合強度を κ と定義する．これより結合モード理論を用いると以下の 3 式を導くことができる．

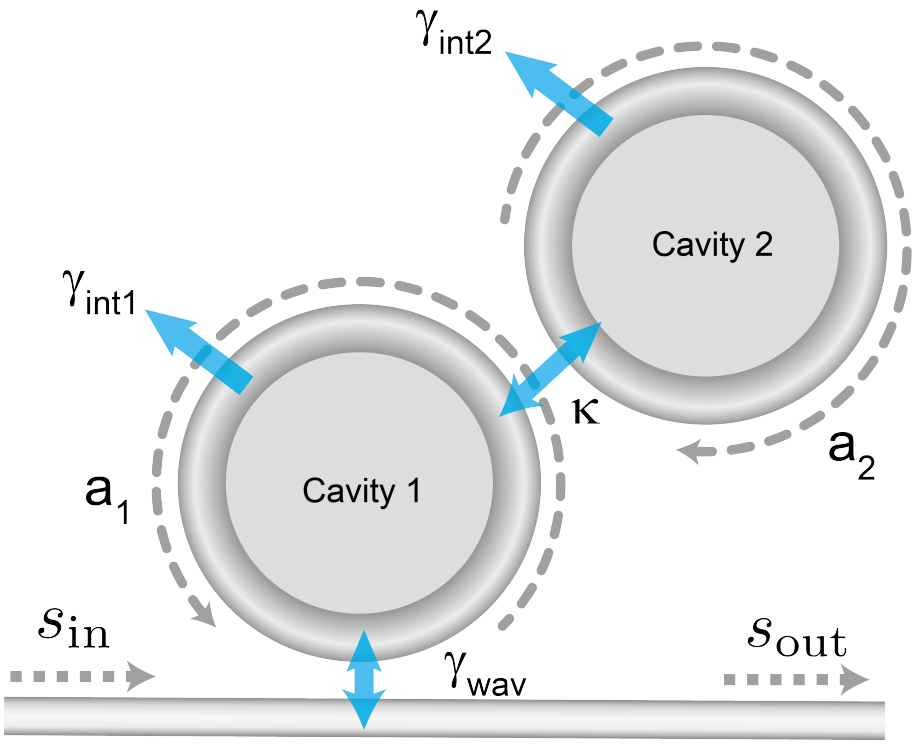


Fig. 2.4 Schematic illustration of CMT model with a coupled cavity.

$$\frac{da_1(t)}{dt} = \left(j\omega_0 - \frac{\gamma_{\mathrm{int}_1} + \gamma_{\mathrm{wav}}}{2}\right) a_1(t) + j\frac{\kappa}{2} a_2(t) + \sqrt{\gamma_{\mathrm{wav}}} s_{\mathrm{in}} \tag{2.7}$$

$$\frac{da_2(t)}{dt} = \left(j\omega_0 - \frac{\gamma_{\mathrm{int}_2}}{2}\right) a_2(t) + j\frac{\kappa}{2} a_1(t) \tag{2.8}$$

$$s_{\mathrm{out}} = s_{\mathrm{in}} - \sqrt{\gamma_{\mathrm{wav}}} a_1(t) \tag{2.9}$$

結合共振器における透過率も先ほどと同様に $|s_{\mathrm{out}}/s_{\mathrm{in}}|^2$ を計算すればよい．結合共振器の透過スペクトルを Fig. 2.5 に示す．ここでは定常状態を仮定し，さらに共振器間の結合強度を変化させている．結合強度を大きくしていくと，共振波長のピークが 2 つにスプリットしていることがわかる．これが結合共振器の大きな特性の 1 つであり，共振器間の結合強度 κ を大きくしていくと，スプリットの幅が大きくなる．またこのスプリット幅は結合強度 κ を用いて，$\kappa/2\pi$ で表すことができる．さらに Fig. 2.6 で示すように，片方の共振器の共振波長を大きく変化させていくと，2 つのディップが重ならないことがわかる．この現象は"anti-crossing (avoided crossing)"と呼ばれ，共振器どうしが結合した場合

に見られる物理現象の 1 つである．したがって式 (2.7)-(2.9) でモデル化したシステムは確かに結合共振器をモデルできていることがわかる．

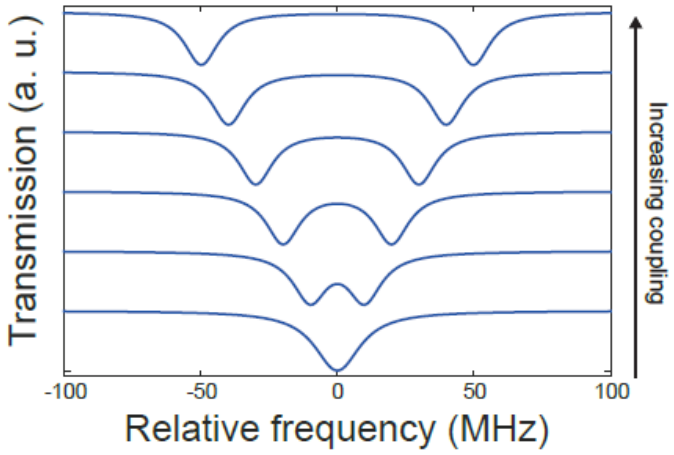


Fig. 2.5　Calculated transmission spectra of the coupled cavities $|s_{\mathrm{out}}/s_{\mathrm{in}}|^2$.[W. Yoshiki, "Dynamic control of an ultra-high Q silica toroid optical microcavity," Ph.D. thesis (Keio University, 2017)]

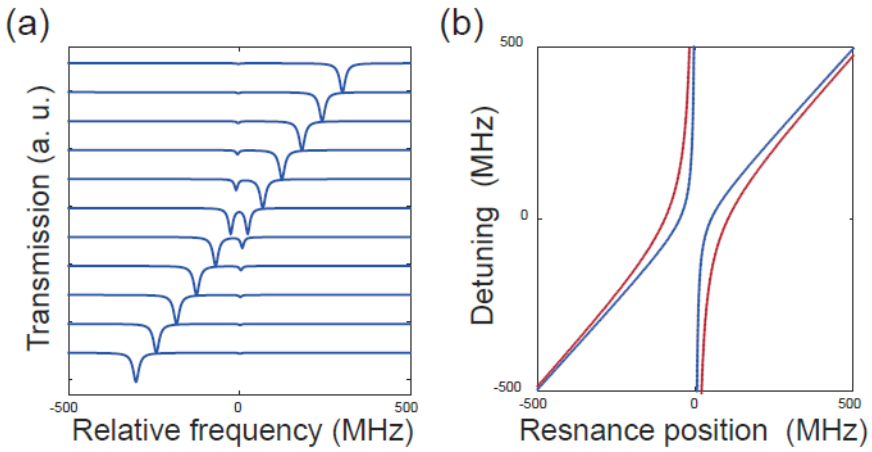


Fig. 2.6　(a) Calculated transmission spectra of the coupled cavities for different detuning. (b) The position of the resonance of the two modes.[W. Yoshiki, "Dynamic control of an ultra-high Q silica toroid optical microcavity," Ph.D. thesis (Keio University, 2017)]

2.1.2 結合強度

テーパファイバとトロイド共振器間の結合強度

前節で述べたように結合共振器において共振器間の結合強度 κ は重要なパラメータの 1 つである．結合共振器におけるスーパーモードのスプリット幅は共振器間の結合強度を求めることによって計算することができる．この節ではまず共振器に光を結合させるのに用いているテーパファイバについて述べた後，テーパファイバとトロイド共振器の結合強度について論じる．その後，この議論をシリカトロイド結合共振器に適用することで，シリカトロイド共振器のパラメータが共振器間の結合強度，つまりスーパーモードのスプリット幅にどのように影響を及ぼすのかを調べる．

今回，共振器に光を結合させる方法としてテーパファイバを用いたが，他にも共振器に光を結合させる方法はいくつか提案されている．そもそも共振器の種類によって，光を結合させる方法は異なっており，ファブリーペロー共振器のような複数のミラーで構成されている共振器に光を結合させるためには，単純にミラーに直接光を入射すればよい．しかし WGM 共振器ではこのように単純に共振器に直接光を入射することはできず，導波路を用いてその導波路からの漏れ出す光を共振器に結合させるという方法が基本的な考え方となる．この漏れ出す光はエバネッセント光や近接場光と呼ばれ，光が全反射する際に物体表面ににじみ出るように存在する光である．このエバネッセント光を用いて光を結合させる方法はこれまで多くの方法が提案されており，プリズムを用いた方法や angle cleaved fiber という断面に角度をつけた光ファイバのペアを用いる方法，そしてテーパファイバを用いた方法などがある (Fig. 2.7) [40–43]．この中でも Knight et al. により考案されたテーパファイバを用いた方法 [43] が広く用いらている．シングルモード光ファイバを熱しながら，引き伸ばすことで，ウエスト部分の直径が 1 μm となるようなテーパファイバを容易に作製することができる．テーパ部分では直径が小さいため光の漏れ出しが多いので，このテーパ部分を共振器に近づけることで光を共振器に結合させることができる．テーパファイバの利点の一つに伝搬損失がほとんどなく，高い結合効率を実現できることにある．報告では 99.4% の結合効率を達成している [44]．また理論上では 99.97% の結合効率であるとされている [45].

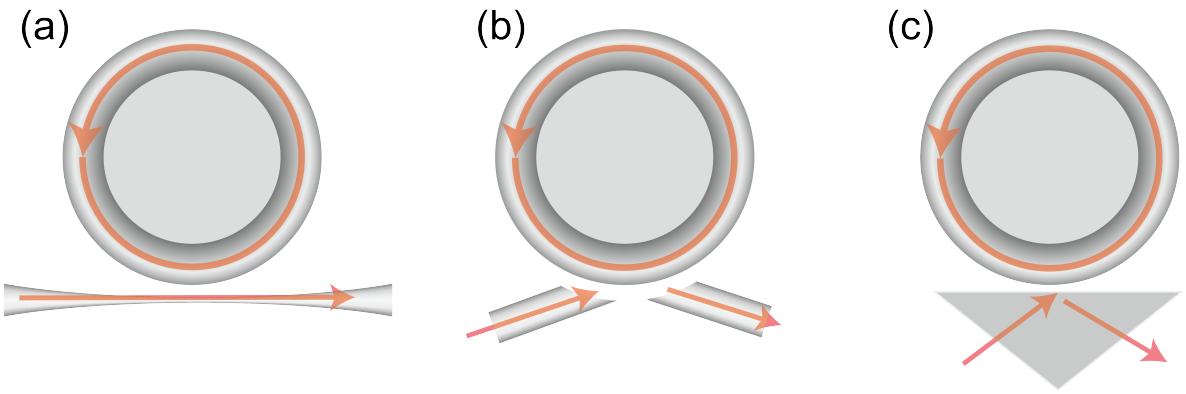


Fig. 2.7　Schematic of illustration of (a) a taperd optical coupling, (b) a pigtailed optical fiber coupling, and (d) a prism coupling.

次にテーパファイバの特性を理解するため，ステップインデックス型光ファイバの電磁界分布について求めていく．光ファイバ内の光の伝搬方向を z 軸とすると，電磁解分布の z 成分は円筒座標系において次のように表すことができる．

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \phi^2}+(k^2-\beta^2)\right]\begin{bmatrix}E_z\\H_z\end{bmatrix}=0 \tag{2.10}$$

E_z, H_z について r 成分と ϕ 成分に変数分離を行うことができ，

$$\begin{bmatrix}E_z\\H_z\end{bmatrix}=\Psi(r)\exp(\pm jl\phi) \tag{2.11}$$

ここで式 (2.11) を式 (2.10) に代入すると，$k^2-\beta^2>0$(コア) の場合

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\Psi}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2}+\left(k^2-\beta^2-\frac{l^2}{r^2}\right)=0 \tag{2.12}$$

となる．式 (2.12) はベッセルの微分方程式と呼ばれ，その一般解は第一種ベッセル関数 $J_l(hr)$ と第二種ベッセル関数 $Y_l(hr)$ によって

$$\Psi(r)=c_1J_l(hr)+c_2Y_l(hr) \tag{2.13}$$

表すことができる．ここで $h^2=k^2-\beta^2$ としている．また $k^2-\beta^2<0$(クラッド) の場合，一般解は変形第一種ベッセル関数 $I_l(qr)$ と変形第二種ベッセル関数 $K_l(qr)$ によって

$$\Psi(r)=c_1I_l(qr)+c_2K_l(qr) \tag{2.14}$$

表すことができる．ここで $q^2=k^2-\beta^2$ としている．さらにここではコア内では振動解，クラッド内では減衰解になり，さらに境界条件と連続条件を考えると次のように表せる．

$$r < a \qquad \begin{cases} E_z(r,t) = AJ_l(hr)\exp[i(\omega t + l\phi - \beta z)] \\ H_z(r,t) = BJ_l(hr)\exp[i(\omega t + l\phi - \beta z)] \end{cases} \tag{2.15}$$

$$r > a \qquad \begin{cases} E_z(r,t) = CK_l(qr)\exp[i(\omega t + l\phi - \beta z)] \\ H_z(r,t) = DK_l(qr)\exp[i(\omega t + l\phi - \beta z)] \end{cases} \tag{2.16}$$

ここで A，B，C，D は任意の定数で，$h^2 = n_1^2 k_0^2 - \beta^2$，$q^2 = \beta^2 - n_2^2 k_0^2$ である．式 (2.15) と式 (2.16) を考えると，$h^2 > 0$，$q^2 > 0$ が同時に満たされる必要がある．この条件をまとめると，

$$n_1 k_0 > \beta > n_2 k_0 \tag{2.17}$$

となり，ファイバ内に閉じ込められたモードが存在する必要条件となる．円筒座標系におけるマクスウェル方程式を考えると，

$$\begin{cases} E_r = \dfrac{-j\beta}{\omega^2\mu\epsilon - \beta^2}\left(\dfrac{\partial}{\partial r}E_z + \dfrac{\omega\mu}{\beta}\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial\phi}H_z\right) \\ E_\phi = \dfrac{-j\beta}{\omega^2\mu\epsilon - \beta^2}\left(\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial\phi}E_z - \dfrac{\omega\mu}{\beta}\dfrac{\partial}{\partial r}H_z\right) \end{cases} \tag{2.18}$$

$$\begin{cases} H_r = \dfrac{-j\beta}{\omega^2\mu\epsilon - \beta^2}\left(\dfrac{\partial}{\partial r}H_z - \dfrac{\omega\mu}{\beta}\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial\phi}E_z\right) \\ H_\phi = \dfrac{-j\beta}{\omega^2\mu\epsilon - \beta^2}\left(\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial\phi}H_z + \dfrac{\omega\mu}{\beta}\dfrac{\partial}{\partial r}E_z\right) \end{cases} \tag{2.19}$$

式 (2.15) と (2.16) をそれぞれ式 (2.18) と (2.19) に代入することで，コアとクラッド部分の E_r，E_ϕ を求めることができる．そして求めた電磁界成分から $r = a$ における接線成分の連続を考えると次式を導くことができる．

$$\left(\frac{J_l'(ha)}{haJ_l(ha)} + \frac{K_l'(qa)}{qaK_l(qa)}\right)\left(\frac{n_1^2 J_l'(ha)}{haJ_l(ha)} + \frac{n_1^2 K_l'(qa)}{qaK_l(qa)}\right) = l^2\left[\left(\frac{1}{qa}\right)^2 + \left(\frac{1}{ha}\right)^2\right]^2\left(\frac{\beta}{k_0}\right)^2 \tag{2.20}$$

この方程式を用いることで，伝搬定数 β を決定することができる．通常ステップインデックス型光ファイバでは，コアとクラッドの屈折率差が小さいため，弱導波近似 (Weakly-guiding Approximation) を用いることができる．しかしテーパファイバの場合はクラッドが空気に置き換えることになるため，コアとクラッドの屈折率差が大きくなってしまい近似解ではなく，厳密解を求める必要がある．l の値と角周波数 β を与えた時に式

(2.17) と (2.20) を同時に満たすような β を逐次求めた．これにより実効屈折率とテーパファイバの半径の関係が Fig2.8 のように計算することができた．テーパファイバの光学モードは TE_{lm}，TM_{lm}，EH_{lm}，HE_{lm} の 4 つに分類することができる．l と m は ϕ 方向と r 方向に沿った強度の分布をそれぞれ表している．テープの半径は約 0.6 μm 以下であるので，この中で最も重要なのが HE_{11} である．実効屈折率を用いることで HE_{11} を求めることができる．それを図 (b) に示す．

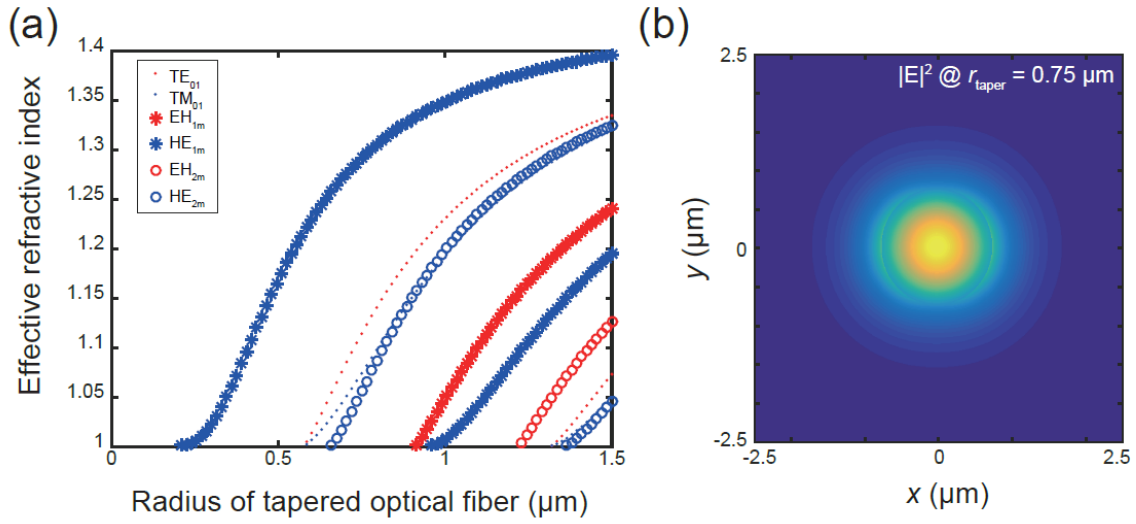


Fig. 2.8 (a) The calculated effective refractive index for different radius of the tapered optical fiber. (b) Distribution of $|E|$ of the optical mdoes in the taped optical fiber with a radius of 0.75 μm.[W. Yoshiki, "Dynamic control of an ultra-high Q silica toroid optical microcavity," Ph.D. thesis (Keio University, 2017)]

次にこのテーパファイバのモード分布と有限要素法により計算したトロイド共振器のモード分布を用いて結合強度の計算を行った．有限要素法には COMSOL multiphisics を用いており，トロイド共振器のモード分布は Oxborrow らによって提案された計算モデルを用いて計算を行った [46]．結合強度は電界がどの程度オーバラップしているか，また位相整合がとれているかで決まる．テーパファイバとシリカ微小球の結合強度を計算している研究も報告されており，今回の計算においてはその論文で用いられている手法を用いた [47]．トロイド共振器とテーパファイバの z 方向のある一点における結合強度 $\kappa_{t,C}(z)$ は次式で表すことができる．

$$\kappa_{t,C}(z) = \frac{\omega\epsilon_0}{4}(n^2 - n_0^2)N_t N_C \iint_{A_C} \boldsymbol{E}_t(x,y,z)\cdot\boldsymbol{E}_C(x,y,z)dxdy \tag{2.21}$$

ここで n，n_0 はトロイド共振器，空気の屈折率を表し，$\boldsymbol{E}_{\mathrm{t}}(x,y,z)$ と $\boldsymbol{E}_{\mathrm{C}}(x,y,z)$ はテーパファイバとトロイド共振器それぞれの電界成分を表している．また N_{t}，N_{C} は規格化係数であり，次式のように表される．

$$1 = \frac{1}{2} N_{\mathrm{t,C}}^2 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \iint n |\boldsymbol{E}|_{\mathrm{t,C}} dxdy \tag{2.22}$$

式 (2.20) で示される結合強度は z 軸のある一点における値であるので，全体の結合強度を求めるためには z 方向に積分する必要がある．

$$\tilde{\kappa} = \int_{-\infty}^{\infty} \kappa(z) e^{i(\beta_{\mathrm{t}} - \beta_{\mathrm{C}})} dz \tag{2.23}$$

β_{t}，β_{C} はそれぞれテーパファイバとトロイド共振器のモードの伝搬定数である．以上よりテーパファイバとトロイド共振器の結合強度は以下の式で計算できる．

$$\gamma_{\mathrm{wav}} = \frac{c}{2\pi n (r_{\mathrm{major}} + r_{\mathrm{minor}})} |\tilde{\kappa}|^2 \tag{2.24}$$

式 (2.24) で計算される結合強度が，テーパファイバとトロイドの結合共振器のギャップ間によってどのように変化するかを表したのが Fig. 2.9 である．ここではテーパファイバの半径を 0.6 ~ 1.4 μm で変化させている．

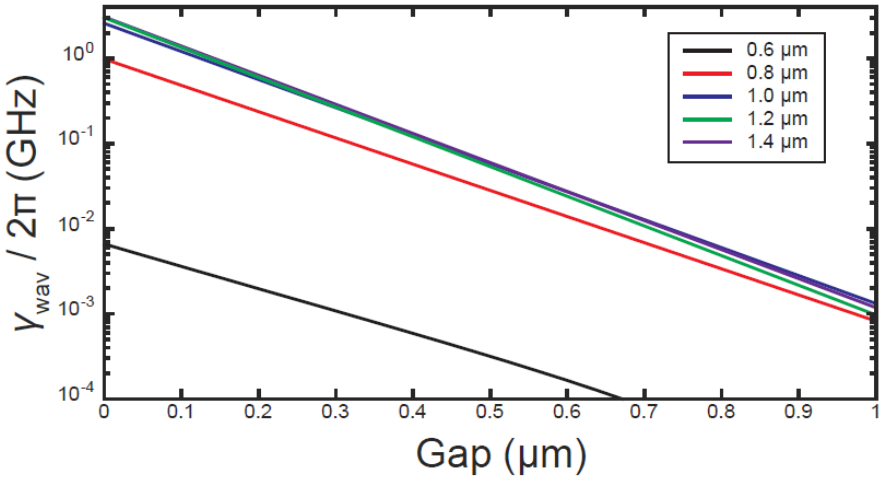


Fig. 2.9 The calculated coupling rate for the different gap between the silica toroid microcavity and the tapered optical fiber. The major and the minor diameter of the microcavity are 37.25 μm and 3.25 μm, respectively. The tapered optical fiber is assumed to have a diameter of 1 μm and to be placed on the equatorial plane of the silica toroid microcavity.[W. Yoshiki, "Dynamic control of an ultra-high Q silica toroid optical microcavity," Ph.D. thesis (Keio University, 2017)]

トロイド共振器間の結合強度

これを踏まえて，今回研究で用いる結合共振器においても結合強度を計算した．トロイド共振器を用いた結合共振器においては数 GHz ほどのモードスプリットしか観測されていなかった．したがって，どのような共振器の形状を仮定すれば，大きなモードスプリットが得られるかをモデル化し，計算を行った．計算式としては式 (2.21)-(2.24) においてテーパファイバと考えた部分をトロイド共振器として考えればいいので，次のようになる．

$$\kappa_{C_1,C_2}(z) = \frac{\omega\epsilon_0}{4}(n^2 - n_0^2)N_{\mathrm{C}_1}N_{\mathrm{C}_2}\iint_{A_{\mathrm{C}_1}} \boldsymbol{E}_{\mathrm{t}}(x,y,z)\cdot\boldsymbol{E}_{\mathrm{C}_2}(x,y,z)dxdy \tag{2.25}$$

$$1 = \frac{1}{2}N_{\mathrm{C}_1,\mathrm{C}_2}^2\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}\iint n|\boldsymbol{E}|_{\mathrm{C}_1,\mathrm{C}_2}dxdy \tag{2.26}$$

$$\tilde{\kappa} = \int_{-\infty}^{\infty}\kappa(z)e^{i(\beta_{\mathrm{C}_1}-\beta_{\mathrm{C}_2})}dz \tag{2.27}$$

$$\kappa_{\mathrm{coup}} = \frac{c}{2\pi n(r_{\mathrm{major}} + r_{\mathrm{minor}})}|\tilde{\kappa}|^2 \tag{2.28}$$

これをもとに計算した結果が Fig. 2.10 のようになる．ここではトロイド共振器のモードは基本モードを仮定しており，トロイド共振器の直径を 45 μm，55 μm，65 μm と変えている．これよりトロイド共振器の系が小さい方が，共振器間のギャップを小さくした場合大きなモードスプリットが得られることがわかる．したがって，実験において 10 GHz 以上の大きなモードスプリットが得たいときは，トロイド共振器をなるべく小さな系で作る必要がある．

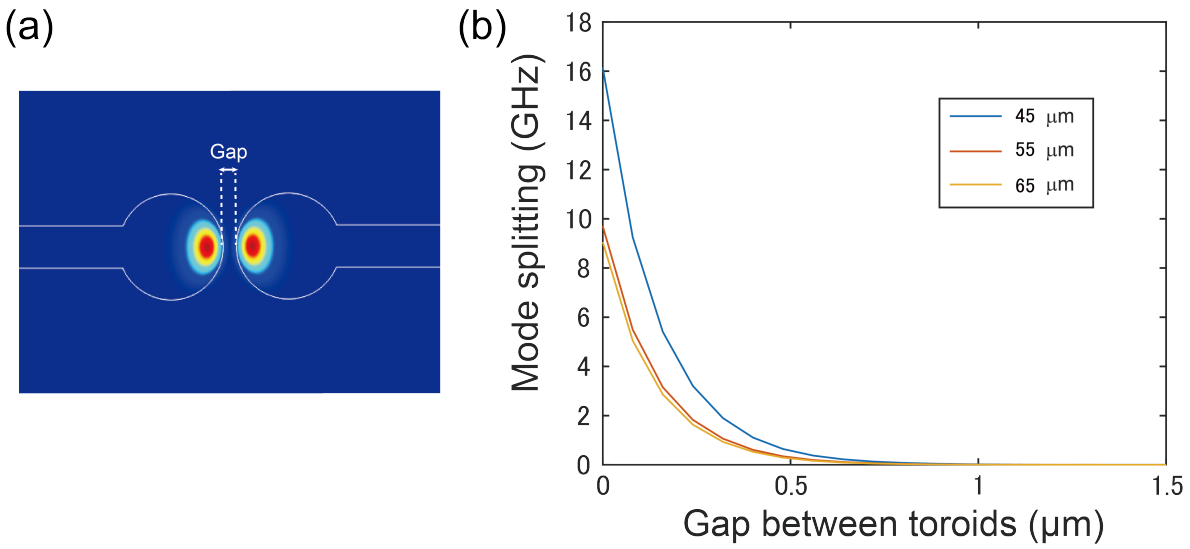


Fig. 2.10 (a) Calculated mode profile of a silica toroid microcavitiy. (b) Simulation results howing supermode splitting as a function of the gap between silica toroids.

2.2 テーパ光ファイバの作製

テーパファイバの作製は以下の工程で作成を行う．本研究室では酸素とプロパンを最適値に調整したガスヒータで作製するが，水素ガスヒーターやセラミックヒータを用いる方法もある．

1. 酸素，プロパンガスのバルブを開け，作製装置の電源を入れる．
2. 市販のシングルモードファイバの被膜を適度に剥離し，両端をファイバコネクタが付いているのファイバに融着装置を用いて融着する．
3. 作製装置に平行出しを行った治具を取り付け，その治具にファイバを設置する．
4. トーチを火につけ，火の先端がファイバと接触するように調整する．
5. 作製装置を起動させ，ファイバを引き伸ばしながら，トーチをファイバ方向に振る．
6. ファイバをパワメータにつなげ，透過率を確認しながら，シングルモードになったことを確認したところで停止する．

テーパファイバを作製するとき，トーチを振る長さを変えることで，テーパ部分の長さを変化させることもできる．また透過率を確認しながらシングルモードになったのを確認した後，どの程度でファイバの延伸を止めるかでテーパファイバの半径も変えることもできる．このテーパファイバの半径は共振器との結合において重要なパラメータの 1 つであ

る．これはテーパファイバの半径を変えることで，実効屈折率つまり伝搬速度が変わるので，それに応じて共振器のどのモードに結合するかが変わってくる．したがってテーパファイバのテーパ部分は実験時においては十分に検討を行う必要がある．さらにテーパファイバ作製時には透過率を確認し，どの程度損失しているかも確認しておく必要があり，大きな入力パワーで実験を行う場合などではなるべくテーパファイバでの損失は避けたい．実験時においてもテーパファイバに埃などが付着してしまう場合もあり，それによりテーパファイバでの損失が増加してしまったり，その状態で大きなパワーを入力してしまうと，テーパファイバ部分が焼けて切れてしまうこともあるので注意が必要である．

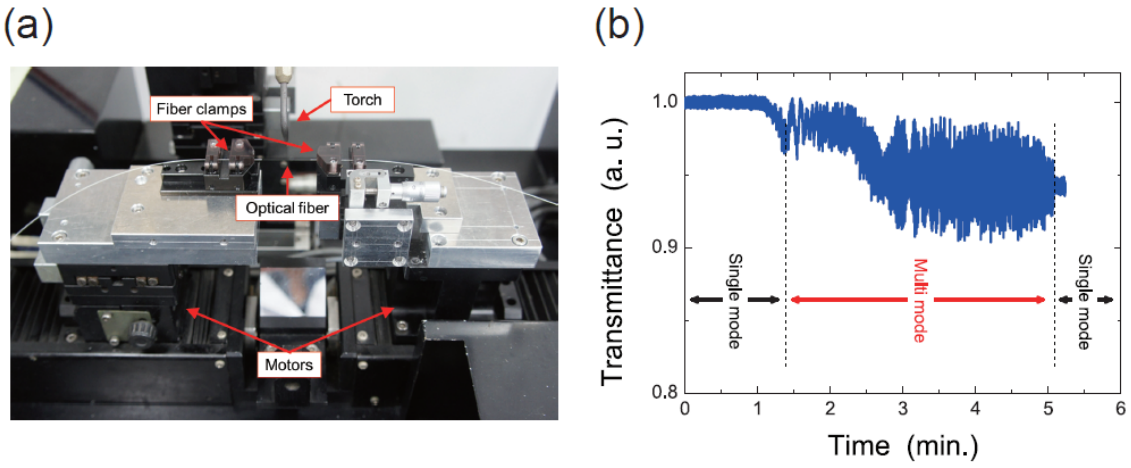


Fig. 2.11 (a) Photograph of the setup for tapered fiber fabrication. (b) The graph for transmittance power in a tapered fiber when the fiber is pulled by a machine. First region shows this fiber is a single mode fiber. Second region shows the fiber allowed multi mode to propagate due to the change of width of core and clad. Final region shows the fiber became single mode fiber and the core is glass and the clad is air.[W. Yoshiki, "Dynamic control of an ultra-high Q silica toroid optical microcavity," Ph.D. thesis (Keio University, 2017)]

2.3 シリカトロイド共振器の作製

2.3.1 通常のトロイド共振器

シリカトロイド共振器の作製プロセスをここに示す．作製プロセスは主に 4 つの工程 (1. フォトリソグラフィ (photolithography) 2. HF を用いた SiO_2 エッチング 3. XeF_2 エッチング 4. CO_2 レーザリフローに分けることができる．

SiO_2 熱酸化膜形成

Si ウェハを熱酸化することで 1~2 μm の厚さの SiO_2 膜のウェハ上に形成する．熱酸化の方法はウェットプロセスとドライプロセスの 2 種類があり，どちらの方法においても 800~1000 ℃という高温で処理することで安定な成膜を行うことができる．

ウェットプロセスでは OH^{-1} 基を SiO_2 に取り込んでしまうため酸化膜としての品質が低下するが，反応速度が速いため数 μm の膜厚の形成にはよく使用される．一方でドライプロセスは品質の高い酸化膜を形成することができるが，反応速度が遅く，2 μm の酸化膜を形成するのに数週間かかってしまうという特徴がある．以下にそれぞれのプロセスの反応式を示す.

フォトリソグラフィによるパターン形成

目的の直径のマスクを施して UV 露光を行った後，フッ化水素酸 (HF) エッチングでパターンを形成する．HF エッチングによってパターン以外の部分が削られることで，共振器となる円形のパターンが形成される．反応速度を維持するために，エッチング剤はフッ化アンモニウム (NH_4F) を混合したバッファドフッ酸を用いる．以下にそれぞれの反応式を示す.

XeF_2 エッチング

XeF_2 エッチングを行うことによって Si が SiO_2 よりも優先的にエッチングされる．XeF_2 ガスを用いたとき，この選択比は $Si:SiO_2=1000:1$ である．また XeF_2 エッチングは Si にとって等方性エッチングであるため，マスク以外の部分だけでなくマスク直下の Si に対しても同じ速度で反応が進む．このため Si 支柱に支えられた SiO_2 ディスクのような形状が形成される．XeF_2 エッチングの反応式を以下に示す.

XeF_2 エッチングは窒素パージ中で行われる．これは XeF_2 が H_2O と以下のように反応することで HF が生成し，SiO_2 が削られるのを防ぐためである.

CO_2 レーザリフロー

XeF_2 エッチングによって SiO_2 ディスクには 100 nm オーダーの表面粗さが残る．そこで CO_2 レーザをディスク上部から照射することで SiO_2 表面を熱による表面張力を用いて滑らかにする．レーザリフローは SiO_2 と Si の吸収特性と熱伝導率の違いを利用しており，熱伝導率が高い Si ポストへ熱を逃がすことでトロイドと呼ばれるドーナツ型の特徴的な形状が生まれる．またこのリフローで表面散乱を最小限に抑えることができるので Q

値の制限要因であった．Q_{scat} の向上が期待できる．

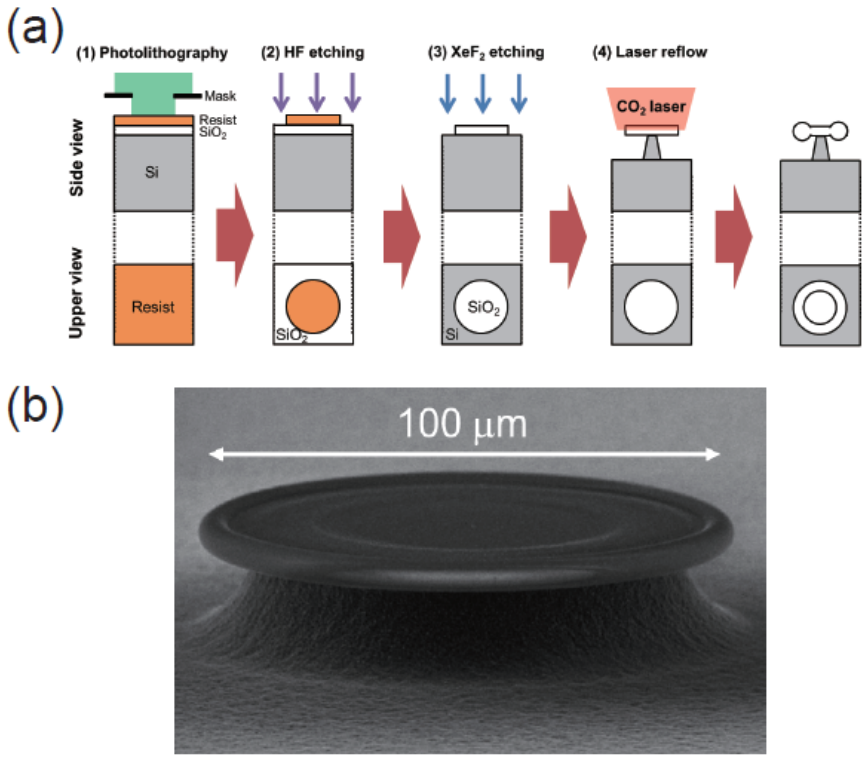


Fig. 2.12　(a) Schematic of illustration of the fabrication of a silica toroid microcavity. (b) SEM image of the fabricated silica torid microcavity.[W. Yoshiki, "Dynamic control of an ultra-high Q silica toroid optical microcavity," Ph.D. thesis (Keio University, 2017)]

2.3.2　エッジトロイド共振器

次に結合共振器を作製するために作製したトロイド共振器の作製プロセスについて述べる．結合共振器を作製するには，共振器どうしをかなり近づけて作製する必要がある．しかしながら，前節で述べたレーザリフローの工程を用いると，共振器どうしが近づいた状態で作製するのはかなり困難である (Fig. 2.13)．仮に共振器どうしを近づけて XeF_2 エッチングの工程まで作製したとしても，レーザで照射すると，SiO_2 ディスクが丸まって直径が小さくなってしまうので，その分共振器間のギャップが大きくなってしまって，共振器を結合させることができなくなってしまう．そこで Hossein-Zadeh と Vahala によってシリカトロイドをシリコンの支柱から取り外し，シリコンチップの任意の場所に置くという方法が提案された [48]．しかし，この方法を用いるとどうしても共振器表面に傷ができ

てしまうので，作製において共振器の性能が落ちてしまうという欠点があった．そこでもう 1 つの方法としてシリコンチップの端にシリカトロイドを作製できる方法が Anetberger らによって提案された [49]．シリカトロイドをチップの端に作製することができれば，端にシリカトロイドが乗った 2 つのシリコンチップを準備すれば用意に共振器どうしを結合させることが可能となる．本研究ではこのシリコンチップの端にシリカトロイドを作製する手法を用い，結合共振器を作製した．

Figure 2.13(b) はエッジトロイドを作製プロセスを示している．前節で述べたシリカトロイドの作製プロセスと違っているのは図で示すようなダイシングのプロセスである．ダイシングを用いる方法の他にもレジストと XeF_2 ドライエッチングを用いた方法もある．レジストが塗布された状態で，XeF_2 ドライエッチングを行うと，レジストが塗布されていない領域のみエッチングが行われる．したがってこの過程を繰り返し行うことで，初めは端に存在していなかった SiO_2 ディスクが徐々に端に位置するようになる．しかしながらこの方法ではプロセスに多大な時間がかかってしまうのと，SiO_2 ディスクの正確な位置を制御するのが難しくなってしまう．そのため本研究ではこの方法ではなくダイシングつまりシリコンチップを裁断することで SiO_2 ディスクがシリコンチップの端に位置するようにした．Figure 2.13(b) に作製したエッジトロイドを示す．図のように，トロイド形状の部分はシリコンチップから前に飛び出しているようになっているため，共振器を結合させるときにシリコンチップが当たらずにトロイド部分どうしが近づけられることになる．

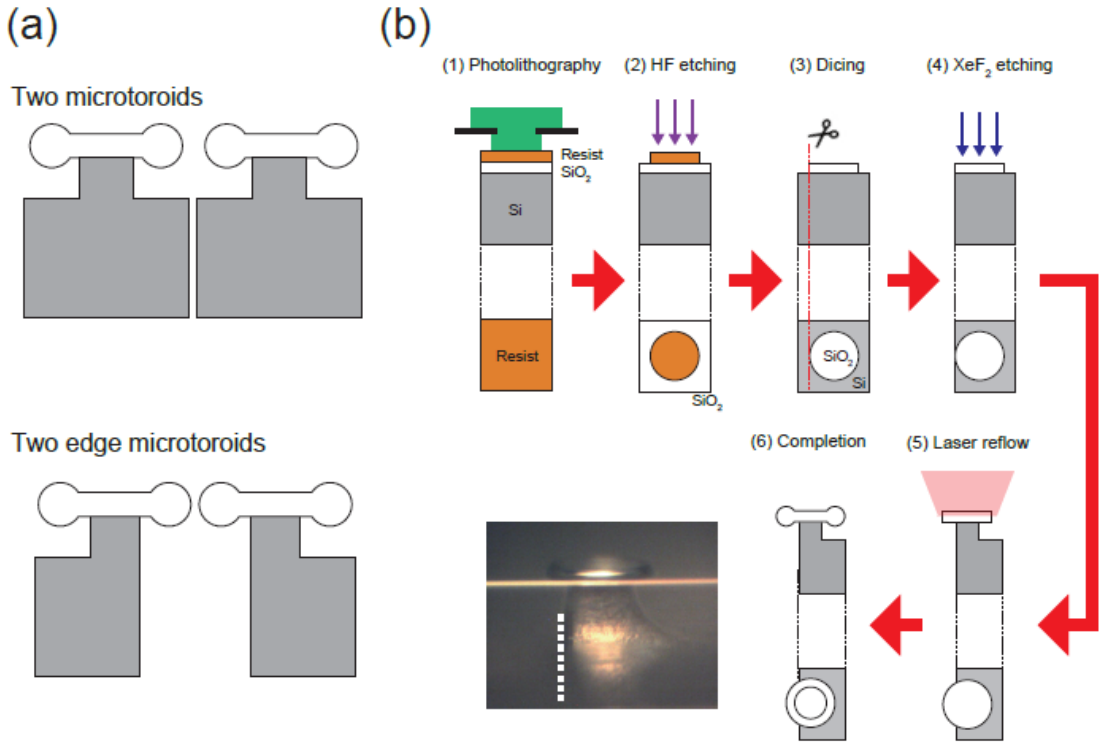


Fig. 2.13　(a) Concept of the use of the edge microtoroids. (b) Schematic illustration of the fabrication processof the edge microtoroid.[W. Yoshiki, "Dynamic control of an ultra-high Q silica toroid optical microcavity," Ph.D. thesis (Keio University, 2017)]

2.4　結合共振器の測定

ここでは作製したエッジトロイドを用いて結合共振器を実現し，その結合共振器の特性の評価について述べる．

2.4.1　アライメント

共振器間のギャップが変えられる自由度の高い side-couple の結合共振器を実現するには，それぞれの共振器が XYZ 軸の 3 方向に自由に移動できる必要がある．結合共振器のための実験装置は Fig. 2.14 のようになっている．それぞれのアルミ板の上にエッジトロイドがのったチップを設置している．それぞれに XYZ ステージを付けているので，独立に移動することができる．また今回の実験では，片方の XYZ 軸ステージが PC につながっており，1 µm, 100 nm と一定の間隔で移動できるようになっている．もう片方は手動

の XYZ ステージになっているが，手動だけでは共振器を近づけるときに細かな動きができなくなってしまうため，ピエゾコントローラを用いて電圧を変化させることで数 nm の繊細な位置調整が可能となっている．以上のような機能を持った移動ステージを使うことによって，テーパファイバ，2 つのエッジトロイドをそれぞれ近づけていく．

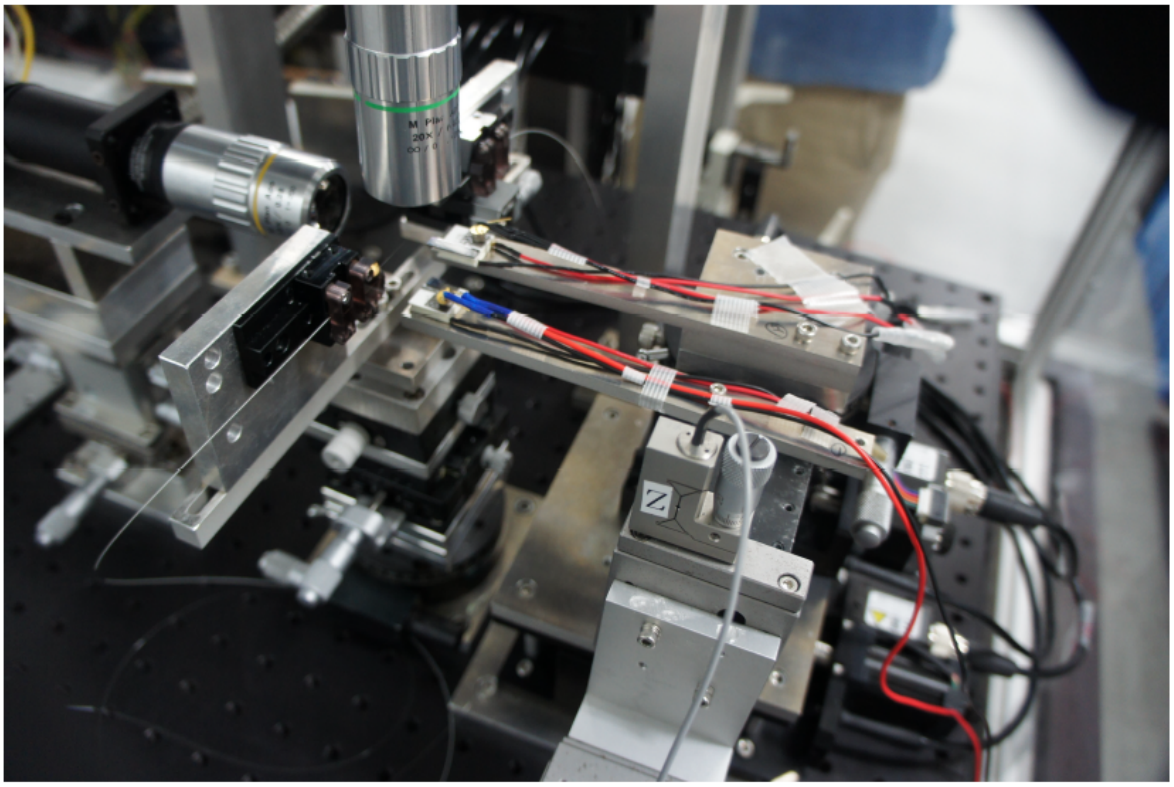


Fig. 2.14　The system for achieving coupling between two edge toroid microcavities.

2.4.2　共振周波数チューニング

次に共振器周波数のチューニングを行う．モード結合の前提として，結合するモードの周波数は一致している必要がある．意図的に共振波長が一致しているエッジトロイドを作製するのは極めて困難である．そこで熱による共振波長のシフトを実験では用いた．この現象は熱光学効果 (TO effect: Thermo optic effect) と呼ばれる．これは熱を与えることで共振器材料の屈折率が変化することに起因しており，以下の式で関係付けられる．

$$\Delta n_{\mathrm{TO}} = \left(\frac{dn}{dT}\right) \cdot [T(r,z) - T_0(r,z)] = \xi[T(r,z) - T_0(r,z)], \tag{2.29}$$

ここで Δn_{TO} は熱光学効果による屈折率の変化，dn/dT は熱光学係数，T_0 は初期状態の温度をそれぞれ表している．ここでは共振器の温度を直接変化させることを考えたが，共振器に光を入射し，その光の一部分が吸収され共振器の温度が増加することもある．熱光学係数が正の場合は，温度が上がると共振波長が長波長側にシフトし，熱光学係数が負の場合は共振波長が短波長側にシフトする．シリカは熱光学係数が正であるため，温度が上がると長波長側にシフトする．シリカで作製されたトロイド共振器では，熱による共振波長の変化の割合が約 13 pm/K である．つまり共振器の温度を 10K 変化させることで，その共振波長を 130 pm(約 16 GHz) シフトさせることができる．実験で用いるトロイドが約 100 μm 以下であり，その FSR は約 5.3 nm であるため FSR 分移動させることができない．そこで結合共振器作製する場合は，ある程度共振波長が近いモードを選ぶ必要がある．

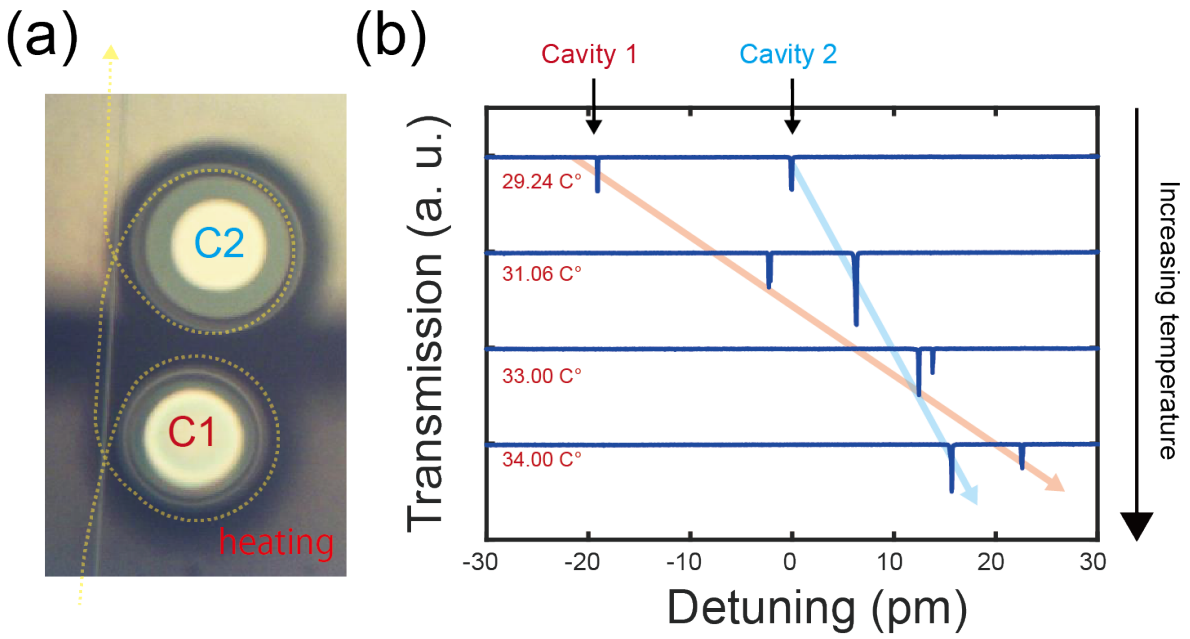


Fig. 2.15 (a) The microscope image of the two edge toroid microcavities during the resonance matching. (b) The transmission spectra during the resonance matching.

共振波長のチューニングには共振器の温度を制御することが必要である．そこで実験ではシリカのチップの下に TEC(Thermoelectric Cooler) を設置した．これにより共振器の温度をフィードバック制御することを可能にした．シリカのチップと TEC の間には熱伝導性能が良いカーボンテープを用いた．Figure 2.15 には実際に共振波長のチューニングを行ったときの結合共振器の図とそれぞれの共振器の共振波長のシフトを示している．そ

れぞれの共振波長を同時に観測するために，まず Fig. 2.15(a) のように XYZ ステージを動かすことで共振器 1 とテーパファイバ，共振器 2 とテーパファイバをそれぞれ結合させる．ここで共振器 1 と共振器 2 は結合していないことに注意する．Figure 2.15(b) の一番上の透過率が初期状態でのそれぞれの共振波長を示している．初期状態では約 20 pm 共振波長がずれているのがわかる．ここでは共振器 1 の共振波長の方が短波長側であるため，共振器 1 の温度を上げた．実験では共振器 2 の温度を一定になるように制御している．図では共振波長 1 の温度を (29.24 °C，31.06 °C，33.00 °C，34.00 °C) のように変化させた．共振器 2 は TEC で温度を一定に設定しているが，共振波長がシフトしているのが確認できる．この原因としては共振器どうしがかなり近い状態で実験を行っているので空気を介して熱が伝わっている，またはテーパファイバを介して熱が伝わって共振器 2 の温度も変化していると考えることができる．また実験では共振器の温度は 50 °C ほどまでしか上げることができなかった．これは共振器からシリカのチップに熱が逃げていると考えられる．また実験では共振波長のシフトは 100 pm ほどまでならチューニングすることが可能であった．ただ今回の方法だと温度変化させていない共振器まで，熱が伝わってしまい共振波長のチューニングが制限されてしまった．共振波長のチューニング方法として，レーザのスポットサイズを絞って，共振器に直接照射することで狙った共振器の共振波長を制御する方法も提案されている [50].

2.4.3　ブリルアン周波数シフトに対応する結合の実現

前節で示したように，共振波長のチューニングを行い，選択した 2 つのモードの共振波長を合わせこんだ．その後，共振器 1 をテーパファイバから離し，共振器 2 に近づけることで共振器どうしを結合させた．その時の図が Fig. 2.16 である．Figure 2.16(b) では共振器間のギャップを 1 μm 程度に近づけ結合させた状態で，共振器 1 の温度を変化させた場合の透過スペクトルを示している．これにより，モード結合で見られるアンチクロッシングを確認することができた．以上より実験においてシリカトロイド共振器を用いて結合共振器を作製することができたことがいえる．

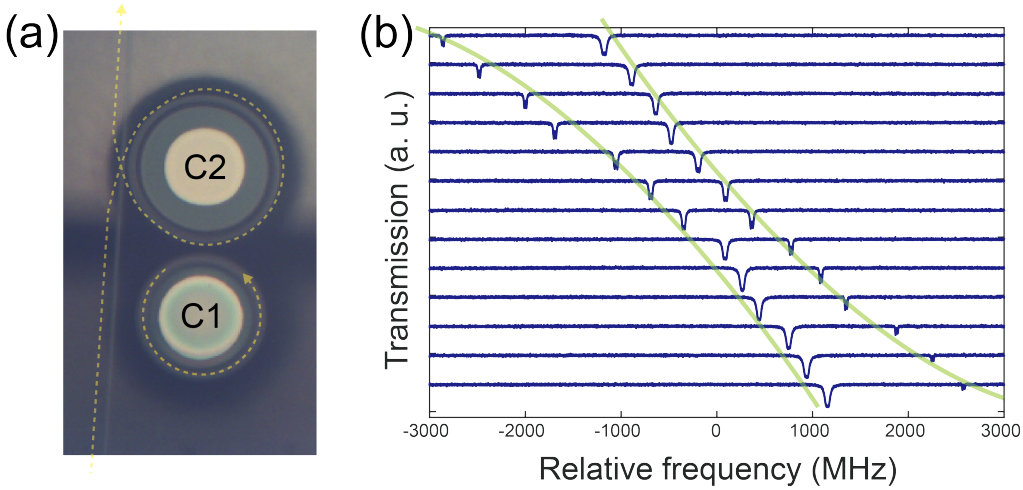


Fig. 2.16 (a) The microscope image of the coupled silica toroid microcavities. (b) Measured transmission spectra of the coupled silica toroid microcavities for different temperature of cavity1.

次に透過スペクトルにおいて共振器間の結合強度がどのように影響しているかを実験した．Figure 2.17(c) では共振器 1 を共振器 2 に 100 nm ずつ近づけていった場合の透過スペクトルの変化をあらわしている．共振器間のギャップが小さくなるとそれぞれのモードのオーバラップが大きくなるので，結合強度が強く (つまりモードスプリットが大きく) なっている．この傾向が Fig. 2.17(a),(b) を見ると，わかりやすい．ここでは横軸を共振器間のギャップとして，モードスプリット (青いプロット) と Q 値 (赤いプロット) がどのように変化するかを表している．共振器間のギャップを小さくしていくと，指数関数的にモードスプリットが大きくなっていることがわかる．Figure 2.17(a) を見ると，共振器間のギャップが小さくなってくると Q 値が下がっているのがわかる．数式で考えると，Q 値は結合強度に依存していないため，変化しないと考えられる．ただ実際には共振器どうしがかなり近づいている場合は，表面散乱の影響を強く受けるので Q 値の低下がある．またウィスパリングギャラリーモードをモード結合させた場合にどのモードを結合させるかによって Q 値の変動が変わってきてしまう．今回の実験では共振波長がある程度近いという判断基準をもとに用いた 2 つのモードを選択したため，そのモードを用いるかは考慮していない．ただ共振器のサイズを小さくして，同様にモード結合をさせた場合高い Q 値を保ったまま，大きなモードスプリットを得ることができた (Fig. 2.17(b))．この Q 値の議論については今後さらに検討を行う必要がある．

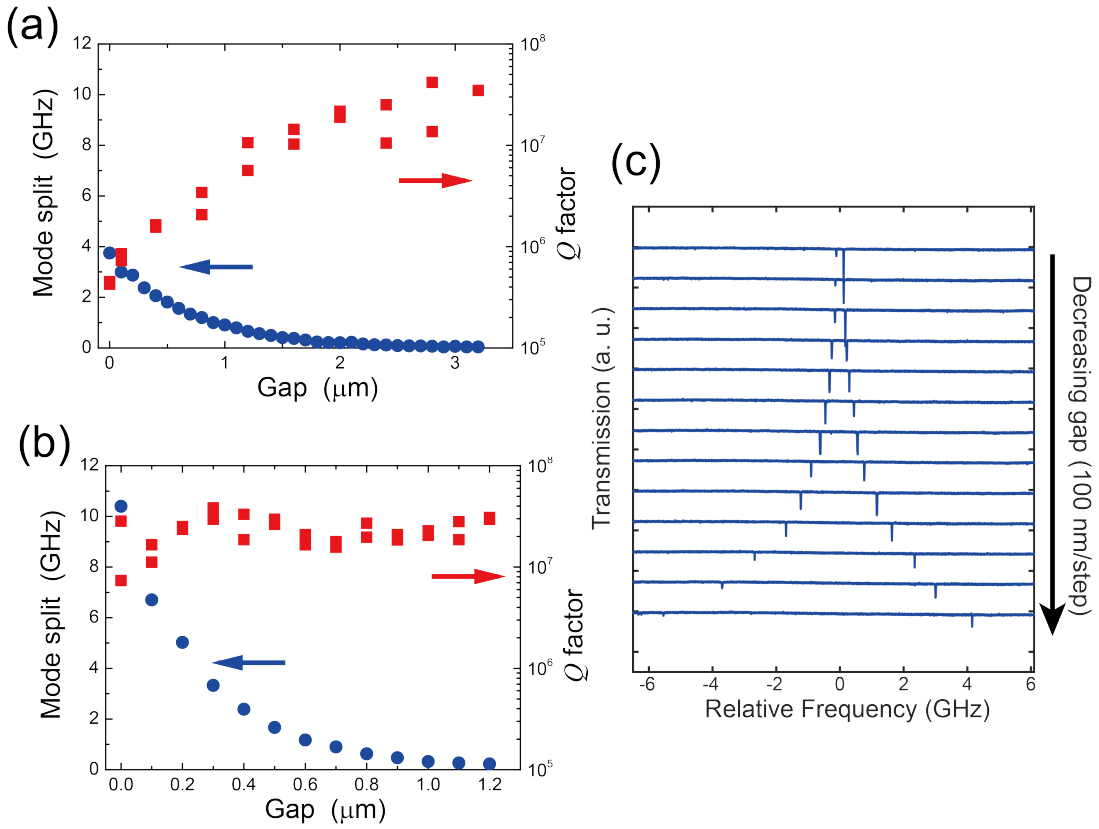


Fig. 2.17 (a) and (b) Gap vs mode splitting for (a) $(R_1, R_2) = (35\ \mu m, 31\ \mu m)$and (b) $(R_1, R_2) = (28\ \mu m, 29\ \mu m)$. (c) The transmission spectra of the coupled silica toroid microcavities for different gaps between two cavities.

第 3 章

ブリルアン発振

3.1　基本理論

微小光共振器による誘導ブリルアン散乱の過程はまだ研究が始まったばかりであり，理論的な解析もまだ不明確なものが多い．しかし根本の原理は序論で紹介したものであるので，ここでは誘導ブリルアン散乱について詳しく原理について議論を進めていく．

誘導ブリルアン散乱の過程はポンプ光，ストークス光と音響波のパラメトリック相互作用として記述できる．ポンプパルスが電歪効果 (electrostriction) によって格子振動の音響モードを発生させ，それが媒質の屈折率の周期的な変調を発生させる．そしてその屈折率の変調により，ポンプ光はブラッグ回折を受けて，低周波側にダウンシフトする．量子力学の観点から見ると，ポンプ光子が消滅してストークス光子と音響フォノンが同時に生成される仮定として記述できる．各散乱過程でエネルギーと運動量の保存則が成り立っており，誘導ブリルアン散乱過程における 3 つの波 (ポンプ光，ストークス光，音響波) は以下の式で関係付けられている．

$$\omega_{\mathrm{A}} = \omega_{\mathrm{p}} - \omega_{\mathrm{s}} \tag{3.1}$$

$$k_{\mathrm{A}} = k_{\mathrm{p}} - k_{\mathrm{s}} \tag{3.2}$$

ここで ω_{p}, k_{p}, ω_{s}, k_{s} はポンプ光とストークス光の周波数と波数ベクトルを示す．また音響波の周波数 ω_{A} と波数ベクトルは次の分散関係 k_{A} を満たしている．ブリルアン散乱ではポンプ光とストークス光の波数の大きさはほとんど等しいとできるので，

$$\omega_{\mathrm{A}} = |k_{\mathrm{A}}| v_{\mathrm{A}} = 2 v_{\mathrm{A}} |k_{\mathrm{p}}| \sin(\theta/2) \tag{3.3}$$

ここでの θ はポンプ光とストークス光の間の角度を示している．これより後方散乱のとき ($\theta = \pi$) シフトは最大となり，前方散乱のとき ($\theta = 0$) シフトはゼロとなる．後方散乱におけるシフトの大きさは

$$\nu_\mathrm{B} = \frac{\omega_\mathrm{A}}{2\pi} = \frac{2n\nu_\mathrm{A}}{\lambda_\mathrm{p}} \tag{3.4}$$

式 (3.3) より誘導ブリルアン散乱による周波数シフトは前方には起こらないことがわかる．ただ実際には，音波の導波性によってそれが波数ベクトルの選択則を緩和するので前方に自然ブリルアン散乱が起きる．ただこの現象は後方散乱に比べ，極めて小さいのでここでは無視する．一般的な石英ファイバを仮定すると，$\nu_\mathrm{A} = 5.96\,\mathrm{km/s}$，$n = 1.45$ であるので，通信波長帯である $\lambda_\mathrm{p} = 1550\,\mathrm{nm}$ ではブリルアン周波数シフト ν_B は約 11 GHz と計算することができる．

散乱過程がどの程度起こるかについては，ブリルアン利得係数 $g_\mathrm{B}(\nu)$ によって決まる．$g_\mathrm{B}(\nu)$ は $\nu = \nu_\mathrm{B}$ で最大値となる．したがって誘導ブリルアン散乱を効率的に起こそうとするなら式 (3.1)〜(3.4) の条件を満たすようなポンプ光とストークス光を発生させる必要がある．ブリルアン利得スペクトルのスペクトル幅 $\Delta\nu_\mathrm{B}$ は誘導ラマン散乱のそれが数 THz に比べて数十 MHz と極めて小さい．このスペクトル幅は音響波の減衰時間，つまりフォノンの寿命に関係しており，音響波が $\exp(-t/T_\mathrm{B})$ のように減衰すると仮定すると，

$$g_\mathrm{B}(\nu) = \frac{(\Delta\nu_\mathrm{B}/2)^2}{(\nu - \nu_\mathrm{B})^2 + (\Delta\nu_\mathrm{B})^2} g_\mathrm{B}(\nu_\mathrm{B}) \tag{3.5}$$

とローレンツ型のスペクトルになる．$\Delta\nu_\mathrm{B}$ は半値全幅であり，フォノンの寿命と $\nu_\mathrm{B} = (\pi T_\mathrm{B})^{-1}$ の関係にある．したがってブリルアン利得係数の最大値は $\nu = \nu_\mathrm{B}$ の場合で

$$g_\mathrm{B}(\nu_\mathrm{B}) = \frac{2\pi n^7 p_{12}^2}{c\lambda_\mathrm{p}^2 \rho_0 \Delta\nu_\mathrm{B}} \tag{3.6}$$

となり，p_{12} は縦方向の弾性光係数，ρ_0 は材質の密度，λ_p はポンプ光の波長を表している．式 (3.4) より ν_B が λ_p に逆比例するので，$\Delta\nu_\mathrm{B}$ が λ_p^{-2} に依存するとわかる．しかし λ_p の増加によりブリルアン利得幅が減少し，式 (3.6) で見かけ上見られる利得減少が打ち消される．したがって，ブリルアン利得係数はポンプ光の波長に依存しない．式 (3.6) を用いると，溶解石英の場合 $g_\mathrm{B} \simeq 5 \times 10^{-11}\,\mathrm{m/W}$ となる．

3.2　微小光共振器におけるブリルアン発振

ここでは簡単のために Fig. 3.1 のように 1 つの共振器における誘導ブリルアン散乱を考える．前述したようにブリルアン散乱は媒質の音響波との相互作用であり，低周波側にダウンシフトしたストークス光が発生する．そしてポンプ光とストークス光のビートで表される電磁波の変化は電歪効果 (electrostriction) という現象より，媒質の屈折率の変調を発生させる．それによりメカニカルな振動はポンプ光やストークス光との間でエネルギーの交換が行われる．この過程ではメカニカルな振動の周波数分だけポンプ光とストークス光の周波数が離れている場合に効率的に起こる．十分なパワーの光がポンプされた場合，この過程は誘導的になる．つまり誘導ブリルアン散乱では 1 つの光学モードが励起された場合，2 つ目の光学モードと 1 つのメカニカルなモードが発生することを意味している．

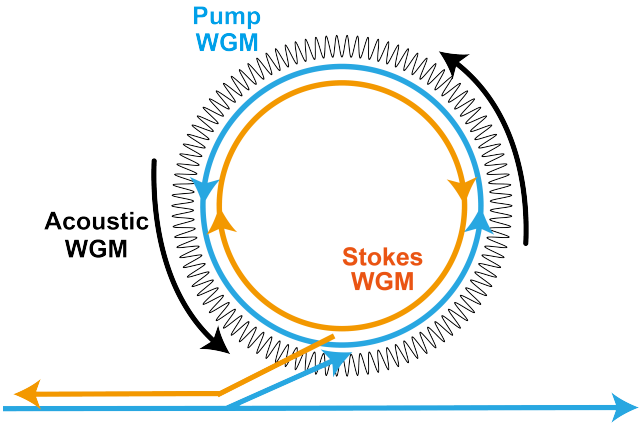


Fig. 3.1　Schematic illustration of a microcavity on SBS.

共振器で誘導ブリルアン散乱を励起するためには，ポンプ光とストークス光それぞれが共振波長と一致している，つまりポンプ光からブリルアン周波数シフトした位置に共振波長が必要である．この条件を達成するために先行研究では 2 つの方法が提案されている．

1 つ目は共振器の FSR をブリルアン周波数シフトに一致させる方法である (Fig. 3.2(a))．この方法を採用すると，共振器のサイズが大きくなってしまう．シリカで作製された共振器を仮定して実際に計算を行うと，シリカのブリルアン周波数シフトは 11 GHz であるので 11 GHz の FSR を達成しようとすると，

$$\nu_{\mathrm{FSR}} = \frac{c}{\pi n R} \tag{3.7}$$

より共振器の直径が $R = 6$ mm となる．ブリルアン周波数シフトはどの材料でも約数十 GHz であるため，共振器のサイズがこのように数 mm がと大きくなってしまう．さらに FSR は共振器のサイズで依存しており，共振器が 1 mm ずれるだけで FSR が数 GHz 変わってしまうため，かなりの精度で共振器を作製することが求められる．

この方法では同じモードを仮定していたが，ポンプ光とストークス光に対応するモードが必ずしも同じモードである必要はない．そこで 2 つ目の方法では別のモードも候補にいれることで，ブリルアン周波数シフト分だけ離れたモードを用いている．この方法であると FSR の制限が必要なくなるため，共振器サイズは小さくすることが可能となる．ただ条件にあったモードがあるかどうかは共振器を作製した時点で決まっており，狙って誘導ブリルアン散乱の過程を発生させることはかなり難しいといえる．

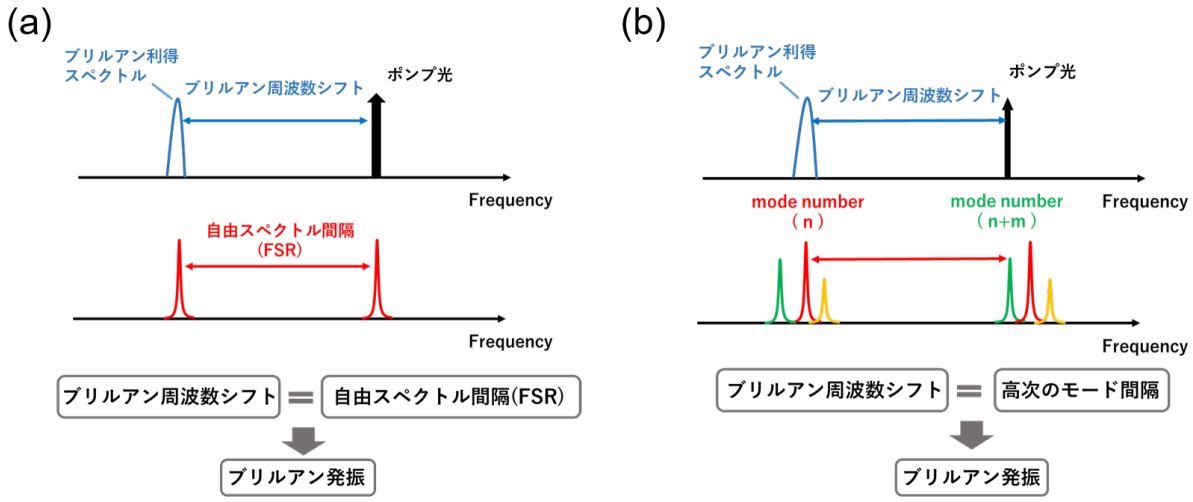


Fig. 3.2　Schematic illustration of Brillouin lasing (a) by using FSR which match to the Brillouin frequency shift. (b) by preparing high-order transverse WGMs that separate the Brillouin frequency shift .

そこで本研究で用いた方法は結合共振器を用いて，スーパーモードのスプリット幅をブリルアン周波数シフトに合わせるという方法である．第 2 章で議論したようにモードスプリットの幅は結合強度によって決まるため，共振器のサイズの精密なコントロールを必要することなく，誘導ブリルアン散乱を発生させることが可能となる．

3.3　実験セットアップ

結合共振器を用いた誘導ブリルアン散乱を実験を行うために，まずはシリカのブリルアン周波数シフトである 11 GHz のモードスプリットを得る必要がある．そこで第 2 章で述べた方法を用いて結合共振器の作製を行った．11 GHz のモードスプリットが得られた時の結合共振器の図を Fig3.3 に示す．ここでは共振器 1(C1) がテーパと結合しており，共振器 1(C1) と共振器 2(C2) が直接結合している．結合強度のチューニングは共振器 2(C2) の位置を変化させることで実現している．Figure3.3(b) では，低周波側が symmetric モード M_S を示し，高周波側が anti-symmetric モード M_A を示している．このときそれぞれのモードの Q 値は 2×10^6 であった．また実験で用いたトロイド共振器の直径はどちらも約 55 μm であった．

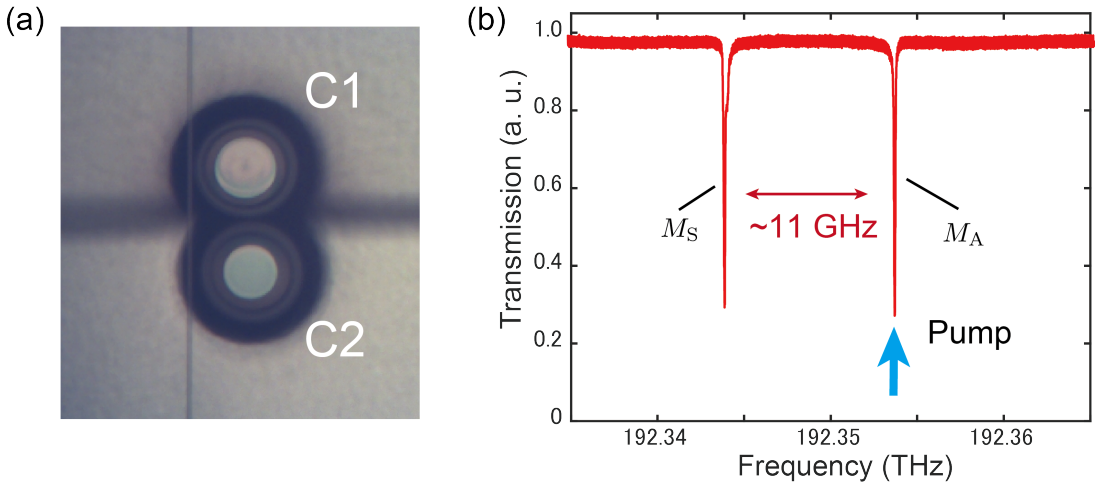


Fig. 3.3　(a) Microscope image of the coupled silica toroid microcavities. (b) Measured transmission spectra of PM. (M_S:symmetric mode, M_A:anti-symmetric mode)

ブリルアン発振のための実験セットアップを Fig. 3.4 で示す．誘導ブリルアン散乱は低周波側にシフトするので，ここでは高周波側の anti-symmetric モード M_A をポンプしている．また誘導ブリルアン散乱は後方に散乱するため，光サーキュレーターを用いることで検出している．光スペクトラムアナライザで後方散乱してきた光のスペクトルデータを取得している．またオシロスコープではチャンネル 1 で透過してくる光を，チャンネル 2 でははで後方散乱してきた誘導ブリルアン散乱のみの信号を受けている．バンドパスフィルタ (BPF) を用いることで，ポンプ波長と同じであるレイリー散乱の影響を除外し，誘導ブリ

ルアン散乱による信号のみを取得できるようにした．

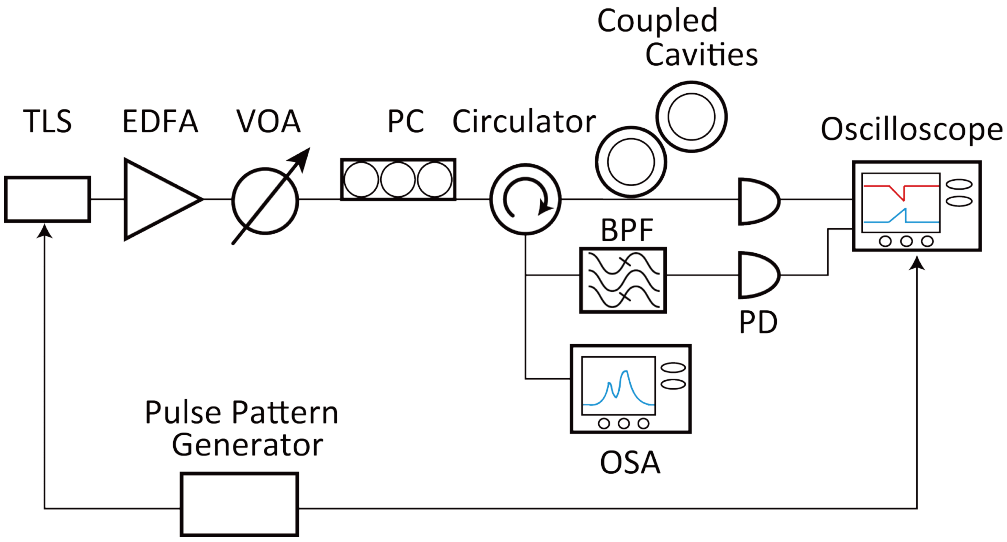


Fig. 3.4　Experimental setup for Brillouin lasing .

3.4　結果

Figure3.5 にその実験結果を示す．Figure3.5(a) は光スペクトラムアナライザを用いて後方散乱してきた光のスペクトルデータを示している．これを見ると，ポンプした波長は anti-symmetric モード M_A の一波長であるにもかかわらず，2 つピークが見えているのがわかる．高周波側に見えるピークはポンプした波長と同一であり，レイリー散乱によるものである．低周波側のピークはポンプ波長に比べてシリカのブリルアン周波数シフトと一致した約 11GHz のところにあらわれている．この低周波のピークが誘導ブリルアン散乱によるものなのかを確認するため，実験では結合共振器の結合強度を変えて実験を行った．その結果が Fig. 3.5(a) の赤いプロットと青いプロットで示されている．赤いプロットはちょうどモードスプリット幅がブリルアン周波数シフトに一致した場合を示しており，青いプロットはその条件から結合共振器の結合強度を変化させ，モードスプリット幅をずらした場合を示している．モードスプリット幅がブリルアンシフトに一致している場合にのみストークス光が発生しているので，確かに結合共振器によるモードスプリット幅を用いることで，ブリルアン発振が起きていることがわかる．

次の実験ではポンプ光の強度に対して，誘導ブリルアン散乱によってどの程度出力パワーが得られるかを測定した．この結果を Fig. 3.5(b) に示す．この図における横軸のポ

ンプ光の強度は共振器にカップルした光のパワーを表しており，出力パワーも共振器から得られた誘導ブリルアン散乱によるパワーを示している．この図をみると確かに閾値動作が確認でき，約 50 mW のところが閾値であるとわかる．したがって，ここでの散乱現象は自然散乱過程ではなく，誘導散乱過程でブリルアン散乱が発生したとわかる．ただこの実験では結合強度が高い，つまり共振器どうしがかなり近い条件で実験を行っているため，モードスプリット幅が不安定であった．誘導ブリルアン散乱の基本理論のところで述べたように，誘導ブリルアン散乱のゲインはちょうどブリルアン周波数シフトに一致したところで最大値をとり，その条件からずれるとゲインが低下する．したがって，この実験では 10 回データを取得し，標準偏差を計算することにより，エラーバーを作成している．

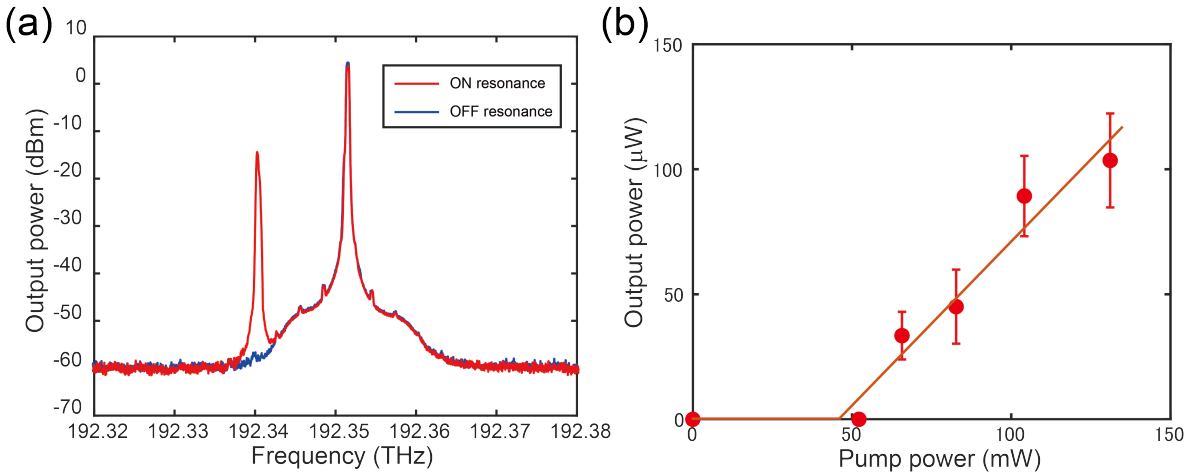


Fig. 3.5　(a) Optical spectrum of the backscattering light. The pump signal is on the right and the SBS light is on the left. (b) SBS output power for different pump input powers.

3.5　考察

3.5.1　閾値について

モードスプリットを利用することで，結合共振器によるブリルアン発振を実験的に確かめることができた．そこで次は実験で得られた結果をもとに先行研究との比較を行った．それぞれの研究を共振器材料，閾値，デバイスサイズ，Q 値，オンチップで作製可能か，共振器サイズのコントロールが必要かで比較したのを Fig. 3.6 に示す．これを見ると，シリカトロイド共振器を用いているのでオンチップで作製できる点，デバイスサイズが小さい点，共振器サイズの精密なコントロールが不要な点では他研究と比べ優位性があると考

えられる．しかし図を見ればわかるように，閾値が mW オーダと大きくなってしまった．したがってここでは閾値について議論を行う．

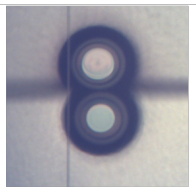
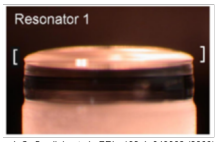
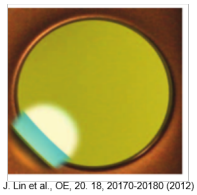
	シリカトロイド結合共振器 (This work)	CaF_2 結晶共振器	Wedge 共振器	シリカ微小球
		 I. S. Grudinin et al., PRL, 102.4, 043902 (2009)	 J. Lin et al., OE, 20. 18, 20170-20180 (2012)	C. Guo, H. Xu et al., OL 40, 4971- (2015)
材料	SiO_2	CaF_2	SiO_2	SiO_2
閾値	50 mW	3 μW	40 μW	8 μW
デバイスサイズ	110 μm	5.5 mm	6 mm	172 μm
Q値	2×10^6	4×10^9	$\sim 1 \times 10^9$	$\sim 3 \times 10^7$
オンチップ	○	×	×	×
共振器サイズのコントロール	不要	必要	必要	必要

Fig. 3.6　Comparison with previous studies on Brillouin lasing.

誘導ブリルアン散乱の閾値の理論式は次のように書き表すことができる [35].

$$P_{\mathrm{th}} = \frac{\pi^2 n^2 V_{\mathrm{m}}}{B g_{\mathrm{B}} \lambda_{\mathrm{P}} \lambda_{\mathrm{B}} Q_{\mathrm{P}} Q_{\mathrm{B}}} \tag{3.8}$$

n は屈折率，V_{m} は実効モード体積，B はモードのオーバラップ，g_{B} はシリカのブリルアン利得，g_{B} はシリカのブリルアンゲイン，λ_{P}，λ_{B}，Q_{P}，Q_{B} はそれぞれポンプ光とブリルアン光の波長と Q 値を表している．ここでシリカのブリルアン利得は $g_{\mathrm{B}} \sim 4.5 \times 10^{-11}$ m/W とし，λ_{P}，λ_{B} は 1550 nm，2 つのモードの Q 値は 10^7 を仮定した．

次に実効モード体積を計算する．トロイド共振器の実効モード体積を厳密に求めるためには，トロイド形状の WGM 共振器の波動方程式を考える必要がある．四光波混合，ラマン散乱，ブリルアン散乱などの 3 次の非線形額効果の場合は，利得係数がポンプ光の強度に比例する．またその利得はピーク強度に近い領域で生じる．これをもとにして考えると，実効モード体積は次のように与えられる．

$$V_{\mathrm{eff}_{\mathrm{NL}}} = \left(\frac{\int_V |E_{\mathrm{P}}|^2 dV \int_V |E_{\mathrm{B}}|^2 dV}{\int_{V_C} |E_{\mathrm{P}}|^2 |E_{\mathrm{B}}|^2 dV} \right) \approx \frac{\left(\int_V |E_{\mathrm{P}}|^2 dV \right)^2}{\int_{V_C} |E_{\mathrm{P}}|^4 dV} \tag{3.9}$$

非線形現象を考える場合はこの光の強度で定義した実効モード体積を用いる必要がある．線形現象の場合はエネルギーで定義できる実効モード体積を用いる．

$$V = \frac{\iiint \varepsilon |E(x,y,z)|^2 dxdydz}{\max[\varepsilon |E(x,y,z)|^2]} \tag{3.10}$$

ここでは体積を考えたが面積でも同じように実効モード面積を定義できる．これをもとにトロイドのマイナー半径，TE-TM モードを変化させた場合の計算結果を Fig. 3.7 に示す．

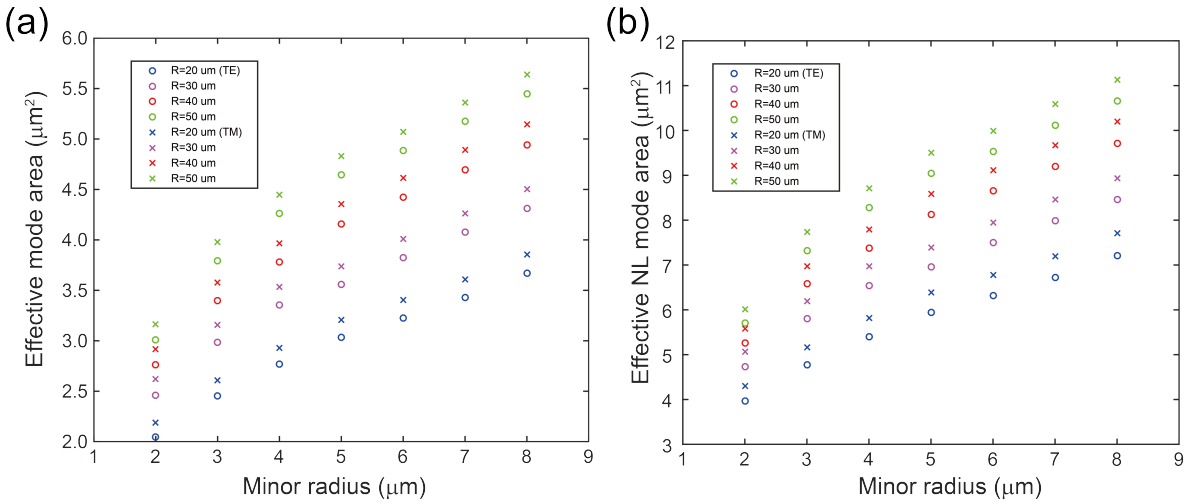


Fig. 3.7　(a) Effective mode area for a toroid microcavity as a function of minor diameter and TE-TMmode. (b) Effective nonlinear mode area for toroid microcavity as a funtion of minor diameter and TE-TMmode.

ここで，トロイドのメジャー半径を 34.5 μm，マイナー半径を 3 μm と仮定すると，式 (3.9) より非線形の実効モード体積は 1.42×10^{-15} m^3 と計算することができる．ただいま考えているのは 1 つの共振器だけではなく，2 つの共振器を結合させた結合共振器を考えているので，ここでの実効モード体積は単純に 2 倍し $2 \times 1.42 \times 10^{-15}$ m^3 とした．あとは B で示されるモードオーバラップを考えなければならない．ここでのオーバラップというのは，ポンプ光のモードとブリルアン光のモードのオーバラップを示す．1 つの共振器を用いている場合は，それぞれのモード分布を計算して，そのオーバラップを考えれば求められる．ただ結合共振器の場合は symmetric モードと anti-symmetric モードのオーバラップを考えることになるが，これをどのように扱うかが問題となる．symmetric モードと anti-symmetric モードでは共振器の結合間で位相が π ずれていることが知られている．ここでは簡単のために先行研究にならい $B \sim 1$ としたが，仮にモードオーバラップが極端に小さいならばこれは閾値増加の方向に働いてしまうので，結合共振器の symmetric

モードと anti-symmetric モードのオーバラップを厳密に求めることは今後の課題となる．

以上で示した仮定を用いると，閾値は 5 μW と計算できる．これは Q 値を 10^6 として計算した場合でも，閾値が 500 μW となり実験で得た結果とかなり異なってしまう．この閾値の実験値と理論値の差異の原因はいくつか考えられる．まず実験上の問題である．モードスプリット幅はトロイド共振器間のギャップに対して指数関数的に変わる．したがって，トロイド共振器間がかなり近い状態では，ギャップの小さな変化がスプリット幅に大きく影響を与えることになる．実験の条件である 11 GHz のモードスプリットを得るためには，共振器どうしをかなり近づける必要があるため，共振器の機械的な揺れによって発振動作が不安定になってしまう．それにより閾値が不安定である可能性もあるため，モードスプリットを安定にした上でもう一度実験を行う必要性がある．次に閾値の計算に関してであるが，これはさきほど議論したモードオーバラップ B が正確な値ではないため，これを厳密に求める必要がある．また他の原因としては用いた WGM のモードが実験と理論で異なってしまっていることも考えられる．この問題を解消するには，実験で用いたモードが何次のモードかを特定する必要がある．分散を用いることでモードを特定する方法もあるので，これを用いることで実験で用いたモードを特定することが可能である．さらに理論的に導いた閾値の結果は入力した光が 100% ポンプしたモードに結合していることを仮定としている．実験ではそれほど高い効率で結合していないと思われるので，それも実験と理論で異なってしまった一因であると考えられる．閾値に関しては実験，理論のどちらからも今後正確に測定，計算する必要があるので，正確な閾値を得ることは今後の重要な課題といえる．また式 (3.8) で示したように，トロイド共振器の Q 値を改善できれば，閾値も μW オーダまでは改善できると期待できる．したがって実験においては高い Q 値を維持したまま，モードスプリットが得られるように，共振器を最適化する必要がある．

3.5.2 高次ストークス光の発生

先行研究の相違点として，誘導ブリルアン散乱がカスケード的に起こるかどうかが挙げられる．先行研究で採用されている方法は，共振モードの間隔の関係が繰り返し保存されている．したがって FSR をブリルアン周波数シフトに一致させると，ポンプ光から 1 次のストークス光が作り出され，またその 1 次のストークス光から 2 次のストークス光を作り出すといったカスケード的にストークス光が起きる．ポンプ光の強度を強くすることによって，より高次のストークス波まで起きる．そして Fig3.7 で示すように，1 次のストークス波はポンプ光に対して逆向き，2 次のストークス波は 1 次のストークス波にたいして逆向きとなっているため，結果的にポンプ光を前方とした場合，後方に 1 次，3 次，…の

ストークス光が発生し，前方に 2 次，4 次，…のストークス光が発生することになる．

これに対し，今回のモードスプリットを用いた方法は，ある 2 つのモードだけの共振波長をチューニングしているため，高次のストークス光は発生することはない．これは選択的に，1 次のストークス光のみを発生させることになり，高次のストークス光を抑えることができる．

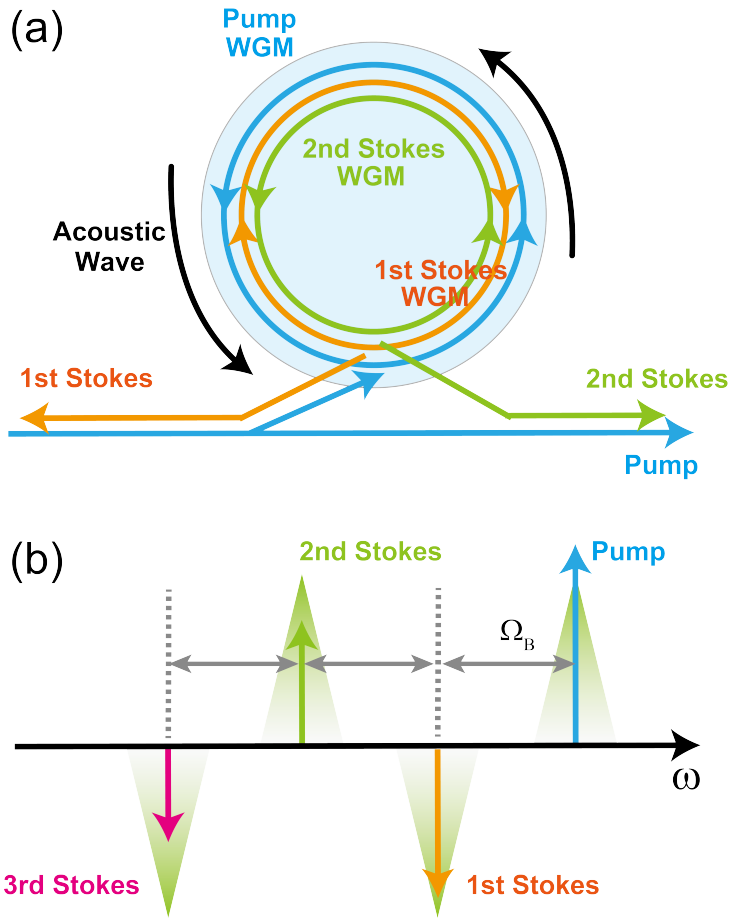


Fig. 3.8 (a) Optical spectrum of the backscattering light. The pump signal is on the right and the SBS light is on the left. (b) SBS output power for different pump input powers.

第 4 章

結論

微小光共振器におけるブリルアン発振の研究はこれまでいくつか報告されていたが，従来の方法では誘導ブリルアン散乱を発生させるためには共振器のサイズを正確に設計する必要があった．これは共振波長の間隔である FSR を精密にブリルアン周波数シフトに対応するように制御する必要があったからである．つまり従来の方法では，条件を満たすような共振器ができるまで作製し続ける必要があった．

このような従来方法の欠点であった共振器サイズの精密なコントロールを不要にするため，本研究では結合共振器を用いたブリルアン散乱を提案した．この方法ではモード結合によって 1 つのモードがスプリットすることを利用し，そのモードスプリット幅をブリルアン周波数シフトに一致させ，誘導ブリルアン散乱を発生させる．この場合，モードスプリット幅が結合強度，つまり共振器間のギャップに依存しているため，共振器サイズを調整することなく光学モードの周波数をチューニングできる．また FSR を制御する場合，共振器サイズが数 mm と大きくなってしまうのに対し，本研究では結合共振器としてトロイド共振器を採用しているので，共振器サイズを約 100 μm と小さくでき，オンチップでも作製が可能であるという利点がある．

結合共振器を用いたブリルアン発振には，シリカのブリルアン周波数シフトである 11 GHz のモードスプリット幅が必要である．しかし，トロイド共振器を用いた結合共振器においてスーパーモードのスプリット幅は数 GHz までしか報告されていなかったため，シリカトロイド結合共振器をモデル化し，モードスプリット幅が共振器の形状によってどのように変化するかを計算した．計算ではトロイドの系を小さくすることで，共振器を結合させた場合のモードスプリット幅が大きくなることがわかった．特にトロイド共振器の直径を 55 μm 以下に設定すると 10 GHz 以上の大きなモードスプリットが得られることがわかった．そこでシリカトロイド共振器を約 55 μm で設計し，結合共振器を作製し，実

験的にシリカのブリルアン周波数シフトとなる 11 GHz のモードスプリットを得ることができた．そしてこの 11 GHz のモードスプリットを用いることで，実験的に初めて結合共振器によるブリルアン発振を観測した．

本研究では，結合共振器を用いて誘導ブリルアン散乱を励起する新たな手法を提案した．しかし，今回の実験では誘導ブリルアン散乱の閾値が約 50 mW と従来の研究に比べて大きくなってしまった．誘導ブリルアン散乱の閾値は共振器の Q 値の 2 乗に反比例することが知られているため，実験で用いる共振器の Q 値を改善することで閾値を改善することができる．また結合共振器を用いた場合のブリルアン発振が不安定であったのも課題としてあるので，今後の課題としては結合共振器の Q 値の向上，結合強度の安定化が挙げられる．

参考文献

[1] https://www.ligo.caltech.edu (2017/1/30).

[2] T. J. Kippenberg, S. M. Spillane, and K. J. Vahala, "Demonstration of ultra-high-Q small mode volume toroid microcavities on a chip," Applied Physics Letters **85**, 6113–6115 (2004).

[3] K. J. Vahala, "Optical microcavities," Nature **424**, 839–846 (2003).

[4] L. Rayleigh, "Cxii. the problem of the whispering gallery," The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science **20**, 1001–1004 (1910).

[5] R. Richtmyer, "Dielectric resonators," Journal of Applied Physics **10**, 391–398 (1939).

[6] V. Braginsky, M. Gorodetsky, and V. Ilchenko, "Quality-factor and nonlinear properties of optical whispering-gallery modes," Physics Letters A **137**, 393–397 (1989).

[7] M. Sumetsky, "Whispering-gallery-bottle microcavities: the three-dimensional etalon," Optics Letters **29**, 8–10 (2004).

[8] M. Pöllinger, D. O' Shea, F. Warken, and A. Rauschenbeutel, "Ultrahigh-Q tunable whispering-gallery-mode microresonator," Physical Review Letters **103**, 053901 (2009).

[9] M. Asano, Y. Takeuchi, Ş. K. Özdemir, R. Ikuta, L. Yang, N. Imoto, and T. Yamamoto, "Stimulated brillouin scattering and brillouin-coupled four-wave-mixing in a silica microbottle resonator," Optics Express **24**, 12082–12092 (2016).

[10] D. K. Armani, T. J. Kippenberg, S. M. Spillane, and K. J. Vahala, "Ultra-high-Q toroid microcavity on a chip," Nature **421**, 925–928 (2003).

[11] I. S. Grudinin, V. S. Ilchenko, and L. Maleki, "Ultrahigh optical Q factors of crystalline resonators in the linear regime," Physical Review A **74**, 063806 (2006).

[12] J. D. Joannopoulos, S. G. Johnson, J. N. Winn, and R. D. Meade, *Photonic crystals: molding the flow of light* (Princeton university press, 2011).

[13] E. Yablonovitch, "Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics,"

Physical Review Letters **58**, 2059 (1987).

[14] Y. Ooka, T. Tetsumoto, A. Fushimi, W. Yoshiki, and T. Tanabe, "Cmos compatible high-Q photonic crystal nanocavity fabricated with photolithography on silicon photonic platform," Scientific Reports **5** (2015).

[15] B.-B. Li, Q.-Y. Wang, Y.-F. Xiao, X.-F. Jiang, Y. Li, L. Xiao, and Q. Gong, "On chip, high-sensitivity thermal sensor based on high-Q polydimethylsiloxane-coated microresonator," Applied Physics Letters **96**, 251109 (2010).

[16] V. Passaro, F. Dell' Olio, and F. De Leonardis, "Ammonia optical sensing by microring resonators," Sensors **7**, 2741–2749 (2007).

[17] F. Pang, X. Han, F. Chu, J. Geng, H. Cai, R. Qu, and Z. Fang, "Sensitivity to alcohols of a planar waveguide ring resonator fabricated by a sol–gel method," Sensors and Actuators B: Chemical **120**, 610–614 (2007).

[18] J. T. Gohring, P. S. Dale, and X. Fan, "Detection of HER2 breast cancer biomarker using the opto-fluidic ring resonator biosensor," Sensors and Actuators B: Chemical **146**, 226–230 (2010).

[19] F. Vollmer and S. Arnold, "Whispering-gallery-mode biosensing: label-free detection down to single molecules," Nature Methods **5**, 591–596 (2008).

[20] F. Vollmer, S. Arnold, and D. Keng, "Single virus detection from the reactive shift of a whispering-gallery mode," Proceedings of the National Academy of Sciences **105**, 20701–20704 (2008).

[21] P. Del' Haye, A. Schliesser, O. Arcizet, T. Wilken, R. Holzwarth, and T. J. Kippenberg, "Optical frequency comb generation from a monolithic microresonator," Nature **450**, 1214–1217 (2007).

[22] L. Brillouin, "Diffusion de la lumière par un corps transparent homogène," Ann.Phys. **17**, 88 (1922).

[23] A. Yariv and P. Yeh, *Photonics: Optical Electronics in Modern Communications (The Oxford Series in Electrical and Computer Engineering)* (Oxford University Press, Inc., New York, NY, USA, 2006).

[24] G. Qin, H. Sotobayashi, M. Tsuchiya, A. Mori, and Y. Ohishi, "Stimulated brillouin amplification in a tellurite fiber as a potential system for slow light generation," Japanese Journal of Applied Physics **46**, L810 (2007).

[25] L. Thévenaz, "Slow and fast light in optical fibres," Nature Photonics **2**, 474–481 (2008).

[26] A. H. Safavi-Naeini, T. M. Alegre, J. Chan, M. Eichenfield, M. Winger, Q. Lin, J. T.

Hill, D. E. Chang, and O. Painter, "Electromagnetically induced transparency and slow light with optomechanics," Nature **472**, 69–73 (2011).

[27] Y. Okawachi, M. S. Bigelow, J. E. Sharping, Z. Zhu, A. Schweinsberg, D. J. Gauthier, R. W. Boyd, and A. L. Gaeta, "Tunable all-optical delays via brillouin slow light in an optical fiber," Physical Review Letters **94**, 153902 (2005).

[28] K. Y. Song, M. G. Herráez, and L. Thévenaz, "Observation of pulse delaying and advancement in optical fibers using stimulated brillouin scattering," Optics Express **13**, 82–88 (2005).

[29] Z. Zhu, D. J. Gauthier, and R. W. Boyd, "Stored light in an optical fiber via stimulated brillouin scattering," Science **318**, 1748–1750 (2007).

[30] I. S. Grudinin, A. B. Matsko, and L. Maleki, "Brillouin lasing with a CaF_2 whispering gallery mode resonator," Physical Review Letters **102**, 043902 (2009).

[31] T. Sonehara, Y. Konno, H. Kaminaga, S. Saikan, and S. Ohno, "Frequency-modulated stimulated brillouin spectroscopy in crystals," Journal of the Optical Society of America B **24**, 1193–1198 (2007).

[32] H. Lee, T. Chen, J. Li, K. Y. Yang, S. Jeon, O. Painter, and K. J. Vahala, "Chemically etched ultrahigh-Q wedge-resonator on a silicon chip," Nature Photonics **6**, 369–373 (2012).

[33] J. Li, H. Lee, T. Chen, and K. J. Vahala, "Characterization of a high coherence, brillouin microcavity laser on silicon," Optics Express **20**, 20170–20180 (2012).

[34] C. Guo, K. Che, P. Zhang, J. Wu, Y. Huang, H. Xu, and Z. Cai, "Low-threshold stimulated brillouin scattering in high-Q whispering gallery mode tellurite microspheres," Optics Express **23**, 32261–32266 (2015).

[35] C. Guo, K. Che, Z. Cai, S. Liu, G. Gu, C. Chu, P. Zhang, H. Fu, Z. Luo, and H. Xu, "Ultralow-threshold cascaded brillouin microlaser for tunable microwave generation," Optics Letters **40**, 4971–4974 (2015).

[36] G. Lin, S. Diallo, K. Saleh, R. Martinenghi, J.-C. Beugnot, T. Sylvestre, and Y. K. Chembo, "Cascaded brillouin lasing in monolithic barium fluoride whispering gallery mode resonators," Applied Physics Letters **105**, 231103 (2014).

[37] C. Manolatou, M. Khan, S. Fan, P. R. Villeneuve, H. Haus, and J. Joannopoulos, "Coupling of modes analysis of resonant channel add-drop filters," IEEE Journal of Quantum Electronics **35**, 1322–1331 (1999).

[38] W. Yoshiki, A. Chen-Jinnai, T. Tetsumoto, and T. Tanabe, "Observation of energy os-

cillation between strongly-coupled counter-propagating ultra-high Q whispering gallery modes," Optics Express **23**, 30851–30860 (2015).

[39] M. Cai, O. Painter, and K. J. Vahala, "Observation of critical coupling in a fiber taper to a silica-microsphere whispering-gallery mode system," Physical Review Letters **85**, 74 (2000).

[40] A. Serpengüzel, G. Griffel, and S. Arnold, "Excitation of resonances of microspheres on an optical fiber," Optics Letters **20**, 654–656 (1995).

[41] V. S. Ilchenko, X. S. Yao, and L. Maleki, "Pigtailing the high-Q microsphere cavity:? a simple fiber coupler for optical whispering-gallery modes," Optics Letters **24**, 723–725 (1999).

[42] N. Dubreuil, J. Knight, D. Leventhal, V. Sandoghdar, J. Hare, and V. Lefevre, "Eroded monomode optical fiber for whispering-gallery mode excitation in fused-silica microspheres," Optics Letters **20**, 813–815 (1995).

[43] J. C. Knight, G. Cheung, F. Jacques, and T. Birks, "Phase-matched excitation of whispering-gallery-mode resonances by a fiber taper," Optics Letters **22**, 1129–1131 (1997).

[44] T. Aoki, "Fabrication of ultralow-loss tapered optical fibers and microtoroidal resonators," Japanese Journal of Applied Physics **49**, 118001 (2010).

[45] S. M. Spillane, T. J. Kippenberg, O. J. Painter, and K. J. Vahala, "Ideality in a fiber-taper-coupled microresonator system for application to cavity quantum electrodynamics," Physical Review Letters **91**, 043902 (2003).

[46] M. Oxborrow, "Traceable 2-d finite-element simulation of the whispering-gallery modes of axisymmetric electromagnetic resonators," IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques **55**, 1209–1218 (2007).

[47] M. J. Humphrey, E. Dale, A. T. Rosenberger, and D. K. Bandy, "Calculation of optimal fiber radius and whispering-gallery mode spectra for a fiber-coupled microsphere," Optics Communications **271**, 124–131 (2007).

[48] M. Hossein-Zadeh and K. J. Vahala, "Free ultra-high-Q microtoroid: a tool for designing photonic devices," Optics Express **15**, 166–175 (2007).

[49] G. Anetsberger, O. Arcizet, Q. P. Unterreithmeier, R. Rivière, A. Schliesser, E. M. Weig, J. P. Kotthaus, and T. J. Kippenberg, "Near-field cavity optomechanics with nanomechanical oscillators," Nature Physics **5**, 909–914 (2009).

[50] J. Pan, Y. Huo, K. Yamanaka, S. Sandhu, L. Scaccabarozzi, R. Timp, M. L. Povinelli,

S. Fan, M. Fejer, and J. S. Harris, "Aligning microcavity resonances in silicon photonic-crystal slabs using laser-pumped thermal tuning," Applied Physics Letters **92**, 103114 (2008).